

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р

ОТДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

72
Т 782

ТРУДЫ АКУСТИЧЕСКОЙ КОМИССИИ

СБОРНИК 2

**ВОПРОСЫ АКУСТИКИ
ДВОРЦА СОВЕТОВ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР





А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р

72

ОТДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Т 78

mp

ТРУДЫ АКУСТИЧЕСКОЙ КОМИССИИ

СБОРНИК 2

ВОПРОСЫ АКУСТИКИ
ДВОРЦА СОВЕТОВ

*48170
59232
17722-*



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА 1939 ЛЕНИНГРАД

Ответственный редактор Н. Н. Андреев

Редактор В. В. Фурдеев

Технический редактор И. П. Пошешулин. — Корректор И. Л. Головчинер

Сдано в набор 20 августа 1938 г. — Подписано к печати 10/11 1939 г. Формат бум. 70 x 118 1/16. — Объем 6 и. л. — 58000 тип. зн. в п. л. — 7,5 уч.-изд. л. — Тираж 2000 экз. — Уполн. Главл. А 724 — РИСО № 881. — АНИ № 1158. — Заказ № 1356. — Цена 4 руб., перепл. 75 коп.

Типография Издательства Академии Наук СССР. Ленинград. В. О., 9 линия, 12

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	6
Н. Н. Андреев и Е. Е. Лысенко. Звукопоглощение пористого материала при учете продольной пористости и воздушной прослойки	7
I. Общие соображения	—
II. Теория распространения звука в пористом материале.	10
Н. Н. Андреев и Е. Е. Лысенко. О звукопоглощении перфорированных материалов	17
И. П. Пустовойтенко. Расчет коэффициента звукопоглощения материала, пронизанного трубами с поглощающими стенками	25
I. Элементарная теория звукопоглощения и экспериментальные данные	—
II. Входной импеданс бесконечно длинной трубы с поглощающими стенками	28
III. Расчет коэффициента поглощения материала с трубами	31
IV. Коэффициент поглощения при нагрузке трубы на различные импедансы	32
V. Исследование формулы коэффициента отражения	36
В. А. Цикунев. О колебаниях внутри ниши, открытая поверхность которой возбуждена заданным образом	37
М. А. Сапожков. Эффективность звукопоглощения ниш различной формы	49
I. Анализ поглощательной эффективности ниши в форме параллелепипеда	—
II. Анализ поглощательной эффективности ниши в форме трапециевидальной щели	58
Приложение 1. Определение акустического сопротивления	63
Приложение 2. Определение коэффициента поглощения	66
Приложение 3. Определение граничных условий	67
Приложение 4. Определение общего выражения коэффициента отражения колебаний от отверстия ниши	68
А. В. Римский-Корсаков и К. В. Струве. Об отражении звуковых волн от поверхности, размеры которой сравнимы с длиной волны	69
А. В. Римский-Корсаков. Критический обзор способов усиления звука в весьма больших помещениях	79

ПРЕДИСЛОВИЕ

Работы, печатаемые в сборнике, выполнены по инициативе Строительства Дворца Советов. Они имели своей целью найти способы увеличения звукопоглощения материалов путем наиболее рационального их расположения, а также разработать наилучший способ звукофикации большого зала Дворца Советов. Размеры этого зала необычайно велики — диаметр его 120 м, высота около 80 м. Зал — круглой формы и имеет купол. Понятно, что единственно возможным решением задачи создать в нем хорошие акустические условия является обеспечение полного поглощения звука стенами и куполом, так чтобы „акустически“ зал был равноценен открытому пространству.

Однако звукопоглощение обычных облицовочных материалов является далеко не полным. Поэтому возник вопрос о таком расположении этих материалов и такой обработке их поверхности, которые повышали бы звукопоглощение. Так, первая из работ рассматривает влияние воздушной прослойки на поведение звукопоглощающего материала, вторая и третья — влияние перфорации и присоединения звукопоглощающих трубок, четвертая и пятая — влияние ниш. Особняком стоит шестая работа, имеющая своим назначением выяснить вопрос о границах пригодности метода отражения для определения коэффициента звукопоглощения. Наконец, вопросу звукофикации большого зала посвящена последняя работа.

В сборник не вошли две работы: В. Д. Петрова — о звукопоглощении волнисто-изогнутого материала и Г. Д. Малюжинца — о звукопоглощении материалов, покрытых перфорированным экраном. Эти работы, в основном, уже выполненные, еще не подготовлены авторами к печати и будут опубликованы позднее.

Председатель Акустической комиссии,
член-корреспондент АН СССР проф. *Н. Н. Андреев.*

Н. Н. АНДРЕЕВ и Е. Е. ЛЫСЕНКО

ЗВУКОПОГЛОЩЕНИЕ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА ПРИ УЧЕТЕ ПРОДОЛЬНОЙ ПОРИСТОСТИ И ВОЗДУШНОЙ ПРОСЛОЙКИ

При расчете звукопоглощения различных поверхностей приходится встречаться с такими случаями, когда поглощающий материал помещается не вплотную к стене, а на некотором расстоянии от нее. Тогда между стеною и звукопоглощающим слоем оказывается пространство, в котором могут распространяться звуковые волны. При этом можно считать, что толщина воздушного слоя мала по сравнению с длиной волны, т. е. что звук распространяется в нем лишь в двух измерениях. Случай этот до сих пор не рассмотрен, хотя он представляет определенный практический интерес. Не рассмотрен также и случай звукопоглощающего материала, расположенного на твердой стене и могущего пропускать воздух не только в направлении, перпендикулярном к его поверхности, но в любых направлениях. В случае перпендикулярного падения звука такое рассмотрение, конечно, не может дать новых результатов, но при косом падении необходимо принимать во внимание движение воздуха в звукопоглощающем материале во всех направлениях.

Ниже дается теория обоих этих случаев: звукопоглощающий материал на твердой стене и звукопоглощающий материал на воздушной прослойке. Мы ограничиваемся при этом только рассмотрением отражения плоских звуковых волн от безграничной поверхности. Это самый важный случай; остальные к тому же чрезвычайно трудны для вычисления.

1. Общие соображения

1. Вначале мы попытаемся получить некоторые выводы, исходя из общих соображений о распространении звука в пористом материале и не рассматривая пока детально самого процесса распространения.

Рассмотрим случай падения звука на безграничный в ширину и бесконечно толстый слой звукопоглощающего материала. Пусть на его поверхность под углом θ к ней падает плоская звуковая волна. Выберем оси координат так, чтобы фаза ее зависела лишь от координат x и z (ось z пусть будет перпендикулярна к поверхности и направлена внутрь материала, плоскость $z=0$ — граница материала).

На поверхности раздела (плоскость $z=0$) эта волна частично отразится, частично пройдет внутрь материала. Если стенки пор считать недеформируемыми, то проводником звука в материале будет содержащийся в порах воздух.

Если, как мы предположили, воздух может двигаться в материале одинаково во всех направлениях (что справедливо с известным приближением почти для всех реальных случаев), то и звуковая волна сможет распространяться в нем не только перпендикулярно к поверхности

(рассматривается обычно этот случай), но и в любых других направлениях.

Плоскую звуковую волну в воздухе будем характеризовать потенциалом скорости:

$$\varphi = (Ae^{-jk(x \sin \vartheta + z \cos \vartheta)} + Be^{-jk(x \sin \vartheta - z \cos \vartheta)}) e^{j\omega t}. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое соответствует падающей волне, второе — отраженной. При этом, как известно, составляющие скорости v_x и v_z выражаются через φ так:

$$v_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (2)$$

а звуковое давление p следующим образом:

$$p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (3)$$

Здесь $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число, ρ_0 — средняя плотность воздуха.

Таким образом, можно написать:

$$\begin{aligned} p &= (p_1 e^{-jk(x \sin \vartheta + z \cos \vartheta)} + p_2 e^{-jk(x \sin \vartheta - z \cos \vartheta)}) e^{j\omega t}, \\ v_x &= (v_{1x} e^{-jk(x \sin \vartheta + z \cos \vartheta)} + v_{2x} e^{-jk(x \sin \vartheta - z \cos \vartheta)}) e^{j\omega t}, \\ v_z &= (v_{1z} e^{-jk(x \sin \vartheta + z \cos \vartheta)} + v_{2z} e^{-jk(x \sin \vartheta - z \cos \vartheta)}) e^{j\omega t}. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом, в силу зависимостей (1), (2) и (3), между амплитудами p и v имеют место соотношения:

$$p_1 = \frac{\rho_0 c}{\cos \vartheta} v_{1z}, \quad p_2 = \frac{\rho_0 c}{\cos \vartheta} v_{2z}, \quad (5)$$

и т. д.

2. Что происходит в материале? Так как звук в материале затухает, то распространяющаяся в нем плоская звуковая волна, вообще говоря, обладает той особенностью, что плоскости равных фаз и плоскости равных амплитуд у нее не совпадают. Поэтому такую волну можно характеризовать четырьмя вещественными величинами: скоростью распространения c' , коэффициентом затухания δ , углом преломления ζ (угол между осью z и нормалью к плоскости равных фаз) и углом ζ_1 между осью z и нормалью к плоскости равных амплитуд.¹ Тогда для потенциала скорости внутри материала будем иметь такое выражение:

$$\varphi' = A' e^{j\omega t - jk'(x \sin \zeta + z \cos \zeta) - \delta(x \sin \zeta_1 + z \cos \zeta_1)}, \quad (6)$$

где

$$k' = \frac{\omega}{c'}.$$

При этом поперечно

$$v'_x = -\frac{\partial \varphi'}{\partial x}, \quad v'_z = -\frac{\partial \varphi'}{\partial z}. \quad (7)$$

Но p' теперь уже не будет выражаться через φ' по формуле (3), как в воздухе. Связь между p' и φ' можно установить лишь из уравнений распространения звука в материале. Мы займемся этим ниже. Пока же

¹ Как мы увидим ниже, в силу граничных условий при $z=0$, в нашем случае ζ_1 будет равно нулю.

нам достаточно знать, что процесс распространения звука в материале линеен и что, следовательно, p' можно представить в таком виде:

$$p' = p'_0 e^{j\omega t - jk'(x \sin \zeta + z \cos \zeta) - \delta(x \sin \zeta_1 + z \cos \zeta_1)}. \quad (8)$$

Здесь мы не знаем лишь, как p'_0 связано с A' . Отсюда ясно, что и между амплитудами p' и v' существует линейная связь, подобная той, которую мы имели для распространения в воздухе [см. (5)]. Мы запишем ее в таком виде:

$$p'_0 = P Z_{\infty} v'_{0z}. \quad (9)$$

Здесь в виде отдельного множителя выделена величина P , называемая пористостью. Это есть отношение площади пор на поверхности раздела к общей площади. Ниже мы увидим, что Z_{∞} есть импеданс нашего материала (значок ∞ означает, что мы рассматриваем бесконечно толстый слой).

3. Обратимся теперь к граничным условиям. На поверхности раздела (при $z=0$) должны выполняться граничные условия:

$$\begin{aligned} [p]_{z=0} &= [p']_{z=0}, \\ [v_z]_{z=0} &= P [v'_z]_{z=0}, \end{aligned}$$

или, записывая подробнее,

$$\begin{aligned} (p_1 + p_2) e^{-jkx \sin \vartheta} &= p'_0 e^{-jk'x \sin \zeta - \delta x \sin \zeta_1}, \\ (v_{1z} + v_{2z}) e^{-jkx \sin \vartheta} &= P v'_{0z} e^{-jk'x \sin \zeta - \delta x \sin \zeta_1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Так как амплитуды $p_1, p_2, v_{1z}, v_{2z}, p'_0, v'_{0z}$ постоянны, а условия (10) должны выполняться на всей плоскости $z=0$, т. е. при всех x , то показатели должны быть равны. Отсюда получаем:

$$jk \sin \vartheta = jk' \sin \zeta + \delta \sin \zeta_1. \quad (11)$$

Приравнявая в отдельности действительную и мнимую части справа и слева, приходим к соотношениям:

$$k \sin \vartheta = k' \sin \zeta, \quad \delta \sin \zeta_1 = 0.$$

Отсюда

$$\frac{\sin \vartheta}{\sin \zeta} = \frac{k'}{k} = \frac{c}{c'}, \quad (12)$$

т. е. мы получили закон преломления.

Так как $\delta \neq 0$ (имеется затухание), то из условия $\delta \sin \zeta_1 = 0$ следует, что $\zeta_1 = 0$. Это означает, что плоскости равных амплитуд параллельны поверхности раздела, что совершенно очевидно и из физических соображений.

Таким образом, выражение для φ' в силу граничных условий упрощается; именно:

$$\varphi' = A' e^{j\omega t - jk'(x \sin \zeta + z \cos \zeta) - \delta z}. \quad (6')$$

При заданном угле падения ϑ преломленная волна характеризуется, таким образом, лишь двумя параметрами. Граничные условия (10) принимают теперь такой вид:

$$p_1 + p_2 = p'_0, \quad v_{1z} + v_{2z} = P v'_{0z}. \quad (10')$$

Деля первое равенство на второе, получаем, вспоминая (9):

$$\frac{p_1 + p_2}{v_{1z} + v_{2z}} = \frac{1}{P} \frac{p_0'}{v_0'} = Z_{\infty} \quad (13)$$

Из соотношений (13) и (5) получаем известную формулу для коэффициента отражения звука $\beta = \left| \frac{p_2}{p_1} \right|^2$ от бесконечно толстого слоя:

$$\beta = \left| \frac{Z_{\infty} \cos \vartheta - \rho_0 c}{Z_{\infty} \cos \vartheta + \rho_0 c} \right|^2. \quad (14)$$

Импеданс Z материала определяется как отношение звукового давления на поверхности к потоку воздуха через поверхность, т. е. как отношение p к v_z при $z=0$:

$$Z = \left[\frac{p}{v_z} \right]_{z=0} = \frac{p_1 + p_2}{v_{1z} + v_{2z}}. \quad (15)$$

Значит, согласно формуле (13), Z_{∞} действительно есть импеданс материала.

4. Формула (14) сохраняет свой вид при всяких углах падения. Однако сам импеданс Z_{∞} может зависеть от угла падения ϑ . Это обычно почему-то не отмечается; наоборот, считается, что импеданс, измеренный при нормальном падении, остается неизменным и при косом падении, т. е. что Z_{∞} от ϑ не зависит и, следовательно, формула (14) дает правильную зависимость β от ϑ . [1 и 2] Из того пути, каким мы ввели в рассмотрение Z_{∞} в формуле (9), ясно, что, вообще говоря, Z_{∞} может зависеть от k' , δ и ζ , а через них, следовательно, и от угла падения ϑ .

Насколько практически существенна эта зависимость для определенного материала, можно узнать лишь из опыта. Ниже мы увидим, что для слоя материала конечной толщины зависимость импеданса Z от угла ϑ еще резче, чем для бесконечно толстого слоя.

Кюль и Мейер [2] приводят в своей работе такую формулу для угла падения, при котором имеет место максимальное поглощение:

$$\cos \vartheta_{\max} = \frac{\rho_0 c}{|Z|}. \quad (16)$$

Эта формула неправильна, так как при ее выводе Z считалось не зависящим от ϑ . Эксперимент подтверждает это заключение. Если пользоваться экспериментальными данными тех же авторов, то находим следующее: непосредственные измерения при частоте 1000 гц дают для ваты $\vartheta_{\max} \approx 0^\circ$, для материала «акустик» $\vartheta_{\max} > 70^\circ$, формула же (16) дает соответственно 37° и 56° .

Вопрос о зависимости коэффициента поглощения от угла падения нуждается в дальнейшем экспериментальном изучении.

Z не зависит от ϑ для идеального материала, состоящего из недеформируемых пор, расположенных перпендикулярно к поверхности раздела, и впервые рассмотренного Рейли. [3] В какой мере тот или иной практический материал соответствует этому идеальному, может показать только опыт и, в частности, исследование угловой зависимости коэффициента поглощения. Почти наверное, однако, ходовые звукопоглощающие материалы в этом отношении далеки от идеального материала.

5. Обратимся теперь к вопросу об отражении звука от слоя пористого материала (см. рис. 1), толщины l , отделенного от твердой стены воздушной прослойкой толщины d .

Вводя импеданс Z всей системы по формуле (15), т. е. полагая

$$Z = \left[\frac{p}{v_z} \right]_{z=0} = \frac{p_1 + p_2}{v_{1z} + v_{2z}},$$

с помощью (5) получаем, что формула (14) для коэффициента отражения β остается в силе, надо лишь заменить Z_{∞} на Z :

$$\beta = \left| \frac{Z \cos \vartheta - \rho_0 c}{Z \cos \vartheta + \rho_0 c} \right|^2. \quad (14')$$

Найдем теперь, как Z выражается через Z_{∞} , константы распространения c , c' , δ и углы ϑ и ζ .

Очевидно, что теперь во всех трех средах будут иметься падающая и отраженная волны. Будем иметь:

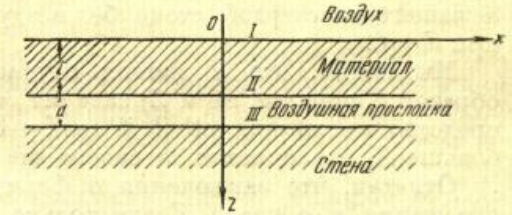


Рис. 1.

I. $z < 0$, воздух:

$$\begin{aligned} p' &= (p_1' e^{-jk(x \sin \vartheta + z \cos \vartheta)} + p_2' e^{-jk(x \sin \vartheta - z \cos \vartheta)}) e^{j\omega t}, \\ v_z' &= (v_{1z}' e^{-jk(x \sin \vartheta + z \cos \vartheta)} + v_{2z}' e^{-jk(x \sin \vartheta - z \cos \vartheta)}) e^{j\omega t}. \end{aligned} \quad (17')$$

II. $0 < z < l$, слой звукопоглотителя:

$$\begin{aligned} p'' &= (p_1'' e^{-(jk' \cos \zeta + \delta)z} + p_2'' e^{(jk' \cos \zeta + \delta)z}) e^{j\omega t - jk' x \sin \zeta}, \\ v_z'' &= (v_{1z}'' e^{-(jk' \cos \zeta + \delta)z} + v_{2z}'' e^{(jk' \cos \zeta + \delta)z}) e^{j\omega t - jk' x \sin \zeta}. \end{aligned} \quad (17'')$$

III. $l < z < l + d$, воздушная прослойка:

$$\begin{aligned} p''' &= (p_1''' e^{-jkz \cos \vartheta} + p_2''' e^{jkz \cos \vartheta}) e^{j\omega t - jkz \sin \vartheta}, \\ v_z''' &= (v_{1z}''' e^{-jkz \cos \vartheta} + v_{2z}''' e^{jkz \cos \vartheta}) e^{j\omega t - jkz \sin \vartheta}. \end{aligned} \quad (17''')$$

Граничные условия теперь таковы:

1) попрежнему при $z=0$

$$p' = p'', \quad v_z' = P v_z'', \quad (18')$$

2) при $z=l$

$$p'' = p''', \quad P v_z'' = v_z''', \quad (18'')$$

3) при $z=l+d$, на твердой стене

$$v_z''' = 0. \quad (18''')$$

Кроме того, остаются еще соотношения между амплитудами p и v_z в каждой из бегущих волн, именно:

$$\frac{p_1'}{v_{1z}'} = \frac{p_2'}{v_{2z}'} = \frac{p_1'''}{v_{1z}'''} = \frac{p_2'''}{v_{2z}'''} = \frac{\rho_0 c}{\cos \vartheta} \quad (19')$$

— в воздухе и

$$\frac{p_1''}{v_{1z}''} = \frac{p_2''}{v_{2z}''} = P Z_{\infty} \quad (19'')$$

— в материале.

После очевидных, но несколько длинных вычислений из соотношений (18'), (18''), (18'''), (19'), (19'') получаем такое выражение для импеданса Z рассматриваемой системы:

$$Z = \frac{Z_{\infty}^2 \operatorname{th}(j d k \cos \vartheta) \cos \vartheta + \rho_0 c Z_1}{Z_1 \operatorname{th}(j d k \cos \vartheta) \cos \vartheta + \rho_0 c}. \quad (20)$$

Здесь

$$Z_1 = Z_{\infty} \operatorname{cth}[l(jk' \cos \zeta + \delta)] \quad (21)$$

представляет собою значение Z для того же слоя звукопоглотителя, лежащего на твердой стене без воздушной прослойки, т. е. значение Z при $d=0$.

Мы видим, что в данном случае Z зависит от ϑ весьма сложным образом. Точно так же и Z_1 зависит от ϑ как через Z_{∞} , так и через посредство множителя $\operatorname{cth}[l(jk' \cos \zeta + \delta)]$. Чем больше угол падения, тем больше Z_1 отклоняется от своего значения при нормальном падении.

Отметим, что заключения о формулах (14), (14') для коэффициента отражения и о связи Z для только что рассмотренной системы с Z_{∞} и другими величинами [формула (20)] являются общими и не зависят от частных допущений о характере распространения звука в материале.

6. В табл. 1 приведены некоторые численные данные о зависимости коэффициента поглощения от толщины воздушной прослойки. Значения коэффициента поглощения $1 - \beta$ вычислены нами по данным Z_{∞} и Z_1 для материала „Акустик“. Толщина слоя материала $l=2.9$ см. Данные для Z_{∞} и Z_1 заимствованы из работы Кюля и Мейера [2]. Рассматривается нормальное падение.

Таблица 1

d (см)	$\frac{\omega}{2\pi}$	300	500	1000	1500
0		0.03	0.09	0.85	0.95
0.5		0.08	0.15	0.92	0.95
1		—	—	0.95	—
2		0.27	0.35	0.96	0.80
3		0.39	0.58	0.94	0.72

Мы видим, что в данном случае прослойка значительно повышает поглощение на низких частотах и несколько понижает его на высоких, т. е. наличие прослойки несколько выравнивает ход зависимости коэффициента поглощения от частоты.

II. Теория распространения звука в пористом материале

7. Обратимся теперь к теории распространения звука в пористом материале. Эта теория позволит нам явно выразить Z_{∞} и константы распространения c' и δ через угол падения ϑ и некоторые величины, которыми мы будем характеризовать материал.

Вопрос этот не нов: его разбирали Рейли, [3] Винтергерст, [4] Германт [5] Кремер [7] и др.; мы изложим вкратце результаты их работ в несколько измененной для наших целей форме.

Сделаем такие допущения:

1) Стенки пор абсолютно не деформируемы.

2) Проводником звука в материале является находящийся в порах воздух, который движется с трением, характеризуемым коэффициентом трения r .

3) Материал изотропен, т. е. r одинаков для всех направлений движения воздуха.

4) Процесс распространения звука в материале не является чисто адиабатическим, адиабатичность нарушается теплоотдачей через стенки пор. Поэтому связь между звуковым давлением p и уплотнением ρ мы принимаем в виде

$$p = c_1^2 \rho, \quad (22)$$

где c_1 отлично от c — скорости звука в воздухе.

Из этих четырех главных допущений новым является лишь третье. Обычно, начиная с Рейли, [3] рассматривался противоположный, крайний случай, чрезвычайно анизотропного материала, именно такого, когда r равняется бесконечности для всех направлений, кроме одного, нормального к поверхности раздела.

Для анизотропного материала правильно r считать тензором второго ранга, однако этот случай в настоящей работе оставляется нами без рассмотрения.

Относительно четвертого допущения заметим, что коэффициент c_1^2 , вообще говоря, надо считать комплексным, ибо, при наличии оттока энергии, между звуковым давлением и уплотнением имеется некоторая разность фаз. Исследования по этому вопросу имеются в работах Вюста [6] и Кремера. [7] По данным Вюста, эта разность фаз сильно меняется от материала к материалу, а также с частотой, однако она не бывает более примерно 20° . Для ваты, например, начиная от 1000 гц и выше, величину c_1^2 можно считать действительной. В дальнейшем изложении мы и будем считать c_1^2 действительной величиной.

8. Итак, будем иметь такие уравнения распространения звука в материале:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -rv_x - \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} &= -rv_z - \frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned} \quad (23)$$

Ограничиваясь рассмотрением только плоских волн, мы всегда можем выбрать систему координат так, чтобы в уравнениях остались лишь две координаты (см. выше). Сюда же надо добавить и уравнение неразрывности, которое с учетом (22) будет иметь вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c_1^2 \rho_0 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0. \quad (24)$$

Вводя потенциал φ как обычно, т. е. посредством соотношений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -v_x, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -v_z, \quad (25)$$

получаем для него из (24) уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = c_1^2 \Delta \varphi. \quad (26)$$

Из уравнений (23) получаем уравнение для определения p через φ :

$$p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + r\varphi. \quad (27)$$

Эта формула заменяет теперь соотношение (3) для воздуха.

Найдя φ из уравнения (26), мы сможем из соотношений (25) и (27) найти интересующую нас величину $Z_{\infty} = \frac{1}{P} \frac{p_0}{v_{0z}}$. Для наших целей мы можем выбрать решение уравнения (26) в виде (6'), т. е. положить

$$\varphi = A e^{j\omega t - jk'(x \sin \zeta + z \cos \zeta) - \delta z}. \quad (6')$$

Таким образом, мы будем рассматривать распространение звука в материале, занимающем пол-пространства, на который извне падает плоская звуковая волна, т. е. случай, с которого мы начали наше изложение. Тогда

$$\begin{aligned} p &= p_0 e^{j\omega t - jk'(x \sin \zeta + z \cos \zeta) - \delta z}, \\ v_x &= v_{0z} e^{j\omega t - jk'(x \sin \zeta + z \cos \zeta) - \delta z}. \end{aligned} \quad (28)$$

Подставляя эти выражения в уравнения (23) и (25), видим, что они удовлетворяются, если выполнено соотношение [получающееся из (25)]:

$$(-\omega^2 + j \frac{\omega r}{\rho_0}) A = c_1^2 [-k'^2 \sin^2 \zeta + (jk' \cos \zeta + \delta)^2] A. \quad (29)$$

Так как $A \neq 0$ ($A = 0$ означало бы просто отсутствие звука), то (29) дает

$$k_1^2 + jk_1^2 \alpha = -k'^2 + \delta^2 + j2k' \delta \cos \zeta,$$

что равносильно двум соотношениям:

$$k'^2 - \delta^2 = k_1^2, \quad 2k' \delta \cos \zeta = k_1^2 \alpha. \quad (30)$$

Здесь

$$k' = \frac{\omega}{c}, \quad k_1 = \frac{\omega}{c_1}, \quad \alpha = \frac{r}{\omega \rho_0}.$$

Для Z_{∞} [см. формулу (9)] получаем выражение:

$$Z_{\infty} = \gamma \frac{1 - j\alpha}{k' \cos \zeta - j\delta}. \quad (31)$$

Здесь

$$\gamma = \frac{\omega \rho_0}{P}.$$

Мы видим отсюда, что Z_{∞} зависит от констант материала, констант распространения (δ и k') и углов ϑ и ζ . Однако с помощью соотношений (30) и (12) δ , k' и ζ отсюда можно исключить; останется лишь зависимость от констант материала и от угла падения ϑ . Из формул (30) и (12) можно найти явные выражения для констант распространения δ , k' и угла преломления ζ через константы материала k_1 и α и угол падения ϑ . Получаем:

$$\begin{aligned} k'^2 &= \frac{1}{2} [k_1^2 - k^2 \sin^2 \vartheta + \sqrt{k_1^4 \alpha^2 + (k_1^2 - k^2 \sin^2 \vartheta)^2}], \\ \delta^2 &= \frac{1}{2} [-(k_1^2 - k^2 \sin^2 \vartheta) + \sqrt{k_1^4 \alpha^2 + (k_1^2 - k^2 \sin^2 \vartheta)^2}], \\ \cos \zeta &= \frac{k_1^2 \alpha}{2k' \delta}. \end{aligned} \quad (32)$$

Обозначения здесь те же, что и раньше, в частности $k = \frac{\omega}{c}$ есть волновое число звуковой волны в воздухе, $\alpha = \frac{r}{\omega \rho_0}$.

Из (32) мы видим, что константы распространения (фазовая скорость c' и коэффициент затухания δ) зависят и от частоты ω и от угла ϑ . Имеем дисперсию как по отношению к частоте звука, так и по отношению к углу его распространения в материале. Положение здесь в точности аналогично случаю распространения света в поглощающем веществе, рассматриваемому в оптике.

При $\vartheta = 0$ (нормальное падение) формулы (32) переходят в такие:

$$\begin{aligned} k_0'^2 &= \frac{k_1^2}{2} (1 + \sqrt{1 + \alpha^2}), \\ \delta_0^2 &= \frac{k_1^2}{2} (-1 + \sqrt{1 + \alpha^2}); \end{aligned} \quad (32')$$

формулы (30) — в такие:

$$\begin{aligned} k_0'^2 - \delta_0^2 &= k_1^2, \\ 2k_0' \delta_0 &= k_1^2 \alpha; \end{aligned} \quad (30')$$

и

$$z_{\infty}^0 = \frac{\gamma}{k_1^2} (k_0' - j\delta_0). \quad (31')$$

(Индекс 0 указывает, что соответствующие величины взяты для нормального падения; k_1 , α и γ от угла падения не зависят, так как мы рассматриваем лишь изотропный материал.)

Последние формулы совпадают с соответствующими выражениями, приведенными у Кюля и Мейера.^[2] У них лишь несколько иные обозначения, именно:

$$k_0' \rightarrow t_1, \quad \delta_0 \rightarrow t_2.$$

9. Рассмотрим вопрос: какие экспериментальные данные необходимы для того, чтобы на основании изложенной здесь теории можно было проводить вычисления коэффициента отражения звука при разных углах ϑ ?

Пусть нам известно Z_{∞}^0 , т. е. импеданс материала при нормальном падении. Пусть

$$Z_{\infty}^0 = a - jb.$$

Тогда из (31') и (32') получим:

$$k_1^2 = \frac{\gamma^2}{a^2 - b^2}, \quad \alpha = \frac{2ab}{a^2 - b^2}; \quad (33)$$

$$k_0' = \frac{\gamma a}{a^2 - b^2}, \quad \delta_0 = \frac{\gamma b}{a^2 - b^2}. \quad (33')$$

Отсюда, зная γ , можно вычислить, с помощью формул (32), Z_{∞} и

$$\text{cth} [l(jk' \cos \zeta + \delta)],$$

а значит и Z_l — импеданс слоя материала конечной толщины для любого угла падения ϑ . Далее, по формуле (20) можно вычислить Z слоя материала с воздушной прослойкой и вообще все интересующие нас величины.

Как отмечено выше, $\gamma = \frac{\omega \rho_0}{P}$, где P — пористость, ρ_0 — плотность воздуха в порах. Если стенки пор не участвуют в звуковых колебаниях,

то γ можно вычислить, взяв за ρ_0 его значение в воздухе и измерив P каким-либо прямым способом. Однако стенки пор всегда в некоторой мере участвуют в звуковых колебаниях; кроме того, возможны и иные эффекты; для практики поэтому желательно иметь иной способ определения γ .

Если мы намерены делать расчеты с каким-нибудь слоем звукопоглопителя, то из опыта мы знаем не только Z_{∞}^0 , но и Z_1^0 . По этим же данным мы можем на основании теории провести все вычисления, не делая никаких предположений о коэффициенте γ .

Согласно (21), будем иметь при $\beta=0$

$$\operatorname{cth} [k(jk_0' + \delta_0)] = \frac{Z_1^0}{Z_{\infty}^0} \quad (21)$$

Решая это комплексное уравнение, найдем

$$k_0' = \frac{\varphi}{2l}, \quad \delta_0 = \frac{\ln R^2}{4l} \quad (34)$$

Здесь

$$R^2 = \left| \frac{Z_1^0 + Z_{\infty}^0}{Z_1^0 - Z_{\infty}^0} \right|^2, \quad \varphi = \arg \left(\frac{Z_1^0 + Z_{\infty}^0}{Z_1^0 - Z_{\infty}^0} \right).$$

Определив таким путем k_0' и δ_0 , из (30') находим k_1^2 и α .

Для определения γ мы имеем теперь целых три уравнения [см. (33') и (33)]; величину α можно, пользуясь формул (30'), вычислить еще по формуле (33).

Степень различия в значениях γ и α , вычисленных из разных формул, которые по теории должны дать одно и то же, должна явиться критерием применимости изложенной теории к данному материалу (конечно, при условии, что экспериментальные данные для Z_{∞}^0 и Z_1^0 точны и относятся к одному и тому же материалу). Вычисления ведутся следующим образом: из (34) находим k_0' и δ_0 ; из (30'), (33) и (33') определяем k_1^2 , α и γ . Для дальнейших вычислений за k_1^2 , α и γ правильно будет взять средние значения из цифр, полученных из разных формул. Далее, из (32) вычисляем k , δ и $\cos \zeta$ и с их помощью Z_{∞}^0 , Z_1^0 и т. д.

Для иллюстрации того, насколько согласуются между собой значения γ и α , полученные из разных формул, приведем некоторые цифры, вычисленные из экспериментальных данных Кюля и Мейера для ваты:

1) $\omega = 2\pi 1000$.

$$Z_{\infty}^0 = 49 - j17, \quad Z_1^0 = 27 - j8.$$

Из формулы (34)

$$k_0' = 0.267, \quad \delta_0 = 0.099;$$

из формулы (33')

$$\begin{aligned} \gamma &= 11.4 \text{ из первой,} \\ \gamma &= 11.55 \text{ из второй;} \end{aligned}$$

из формулы (33)

$$\gamma = 9.9.$$

Все три цифры очень близки. Если γ вычислить непосредственно, полагая $P=0.85$ и ρ_0 —плотности воздуха, то получаем $\gamma=9.8$. Для α имеем:

$$\text{из (30')} \quad \alpha = 0.856, \quad \text{а из (33)} \quad \alpha = 0.788.$$

2) $\omega = 2\pi 500$.

$$Z_{\infty}^0 = 58 - j35, \quad Z_1^0 = 20 - j60.$$

Здесь соответственно

$$k_0' = 0.125, \quad \delta_0 = 0.086; \quad \gamma = 3.73; 3.83; 3.60; 4.63; \quad \alpha = 2.52; 2.34.$$

В обоих случаях согласие между данными, полученными по разным формулам, хорошее.

10. Посмотрим теперь, какие выводы следуют из нашей теории о зависимости коэффициента поглощения пористых материалов от угла падения звука. Установить здесь какие-либо формулы, например для угла максимального поглощения [вроде (16)], очень сложно, ибо коэффициент поглощения зависит от угла β очень сложным образом. Мы проиллюстрируем различие в этом вопросе между результатами нашей теории и теорией, не учитывающей зависимости импеданса от угла β , численными примерами. Табл. 2 и 3 содержат значения коэффициента поглощения, вычисленные обоими путями для слоя ваты толщиной $l=6.2$ см, лежащего на твердой стене. Данные для Z_1^0 и Z_{∞}^0 взяты из многократно упоминавшейся здесь работы Кюля и Мейера.

Таблица 2.

 $\omega = 2\pi 500$

β	0°	30°	60°	90°	
1—3	0.45	0.47	0.47	0.27	старая теория
	0.45	0.73	0.96	0.66	новая теория

Таблица 3.

 $\omega = 2\pi 1000$

β	0°	30°	60°	90°	
1—3	0.94	0.93	0.74	0.37	старая теория
	0.94	0.95	0.84	0.50	новая теория

Мы видим, что с увеличением угла падения данные обеих теорий сильно расходятся, причем новая теория дает в рассматриваемом случае большие значения коэффициента поглощения, чем старая.

К сожалению, в нашем распоряжении нет достаточных экспериментальных данных о зависимости коэффициента β от β , чтобы можно было проверить количественное согласие нашей теории с опытом в этом вопросе.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. T. Paris. Proc. Roy. Soc. 115, 407, 1927.
2. W. Kühl u. E. Meyer. Berl. Ber. (1932), 416.
3. Rayleigh. Phil. Mag. 39, 225, 1920.
4. E. Wintergerst. Schalltechnik, 4, 85, 1931.
5. A. Gemant. Berl. Ber. 17, 1933.
6. H. Wüst. Zs. f. Hochfr. Tech. 34, 73, 1934.
7. L. Cremer. E. N. T., 12, 333, 1935.

Н. Н. АНДРЕЕВ и Е. Е. ЛЫСЕНКО

О ЗВУКОПОГЛОЩЕНИИ ПЕРФОРИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ

1. В настоящей работе рассматривается звукопоглощение перфорированного материала вида, изображенного на рис. 1. В материале толщины l насверлены цилиндрические углубления на расстоянии d одно от другого по квадратной решетке. Радиус углубления обозначим через R_1 и глубину будем считать равной l . Верхняя поверхность материала AA покрыта краской, так что пор не имеется; нижняя поверхность опирается на стену.

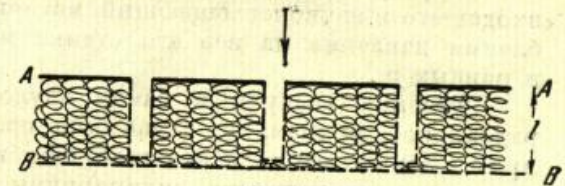


Рис. 1.

Такой материал имелся среди образцов, выставленных на совещании Акустической комиссии Академии Наук СССР, и показал значительный коэффициент звукопоглощения.

В наших расчетах мы будем исходить из следующих предположений:

а) Будем считать, что расстояния между отверстиями невелики по сравнению с длиной звуковой волны. Это предположение соответствует практически применяемым материалам довольно хорошо. В том материале, который был выставлен на совещании, отверстия расположены по квадратной решетке со стороной квадрата около 4 см. Следовательно, наше предположение требует, чтобы $\lambda \gg 2\pi \cdot 4 = 25$ см. Вероятно, при $\lambda = 50$ см (частота $f < 700$ гц) наши рассуждения будут иметь силу.

б) Предположим также, что $2\pi l \ll \lambda$; так как l для практических материалов не превышает 2.5—3 см, то это требование перекрывается предыдущим. О допущениях, касающихся самого материала, будет сказано ниже.

Исходя из этих предположений, определим импеданс нашего материала для перпендикулярного падения звуковой волны.

2. Из соображений симметрии мы можем рассматривать только одну ячейку материала, ограниченного квадратом со стороной d , в центре которого находится наше отверстие (рис. 2). На рис. 3 изображены линии тока воз-

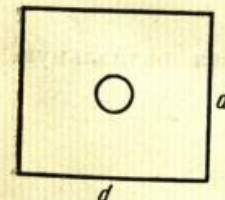


Рис. 2.

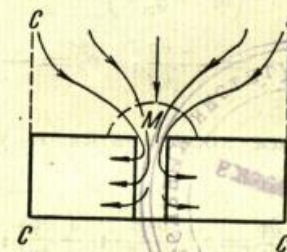


Рис. 3.

духа в интересующей нас области, причем границы CC удовлетворяют условиям равенства нулю на них нормальной составляющей скорости.

В наших расчетах мы будем исходить из следующего представления о деталях явления.

Пусть задано давление p на поверхности материала:

$$p = p_0 e^{j\omega t}. \quad (1)$$

Мы определим импеданс нашего отверстия, если определим объемную скорость воздуха, входящего в отверстие углубления.

Давление $p_1 e^{j\omega t}$ в углублении будет несколько отличаться от давления снаружи, так как их разделяет масса M , определяемая по проводимости отверстия:

$$p_0 - p_1 = j\omega M v. \quad (2)$$

Согласно Рейли, мы положим

$$M = \frac{\rho \pi R_1}{2}. \quad (3)$$

Следующим этапом расчета является определение потока воздуха входящего в звукопоглощающий материал. Ввиду малости объема углубления давление на все его стенки может быть принято постоянным и равным p_1 .

Течение воздуха в самом звукопоглощающем материале почти радиальное, причем, как выше было сказано, на поверхностях оно равно нулю. Мы не сделаем большой ошибки, если будем считать, что эти граничные поверхности цилиндричны, с радиусом R_2 , средним между $\frac{d}{2}$ и $\frac{d\sqrt{2}}{2}$,

т. е.

$$\frac{d}{2} < R_2 < \frac{d\sqrt{2}}{2};$$

тогда мы можем принять радиальную симметрию.

Уравнения распространения звука в звукопоглощающем материале напишем в такой форме:¹

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_m} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = c_1^2 \Delta \varphi, \quad (4)$$

$$p = \rho_m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{r}{\rho_m} \varphi \right),$$

$$v_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad v_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Переходя к цилиндрическим координатам и учитывая радиальную симметрию, получим вместо (4):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_m} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = c_1^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right),$$

$$p = \rho_m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{r}{\rho_m} \varphi \right),$$

$$v_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

¹ См. предыдущую статью, стр. 11.

При заданной частоте ω находим систему уравнений для амплитуд:

$$\frac{d^2 \psi}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{d\psi}{dy} + K^2 \psi = 0,$$

$$p = j\omega \rho_m \psi \left(1 - \frac{j r}{\omega \rho_m} \right), \quad (5)$$

$$v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial y}.$$

Здесь

$$K^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2} \left(1 - \frac{j r}{\omega \rho_m} \right).$$

Вследствие значения, которое имеет импеданс бесконечно толстого материала при перпендикулярном падении на него плоской волны, имеет смысл ввести в наши формулы эту величину; но она есть:

$$Z_\infty = \frac{\rho_m c_1}{P} \sqrt{1 - \frac{j r}{\omega \rho_m}},$$

где P — пористость.

Вводя эту величину в наши формулы (5), находим при обозначениях

$$K = Q Z_\infty P, \quad Q = \frac{\omega}{\rho_m c_1^2}$$

уравнения следующего вида:

$$\ddot{\psi} + \frac{1}{y} \dot{\psi} + K^2 \psi = 0,$$

$$p = j \frac{K^2}{Q} \psi, \quad (6)$$

$$v_y = -\dot{\psi}.$$

Первое из этих уравнений интегрируется в Бесселевых функциях:

$$\psi = C_1 J_0(Ky) + C_2 N_0(Ky). \quad (7)$$

Отсюда

$$p = j \frac{K^2}{Q} [C_1 J_0(Ky) + C_2 N_0(Ky)],$$

$$v = K [C_1 J_1(Ky) + C_2 N_1(Ky)]. \quad (8)$$

Граничные условия дают:

$$[p]_{y=R_1} = p_1 = j \frac{K^2}{Q} [C_1 J_0(KR_1) + C_2 N_0(KR_1)],$$

$$[v]_{y=R_2} = 0 = K [C_1 J_1(KR_2) + C_2 N_1(KR_2)].$$

Из них следует, что

$$\frac{C_1}{N_1(KR_2)} = -\frac{C_2}{J_1(KR_2)}.$$

Вычислим теперь импеданс на границе:

$$Z = \left[\frac{p}{v} \right]_{y=R_1} = Z_\infty \beta = Z_\infty \frac{N_1(KR_2) J_0(KR_1) - J_1(KR_2) N_0(KR_1)}{N_1(KR_2) J_1(KR_1) - J_1(KR_2) N_1(KR_1)}. \quad (9)$$

Таким образом, видим, что импеданс в нашем случае отличается от импеданса Z_∞ только множителем, который, однако, является функцией частоты ω , а кроме того — внешнего и внутреннего радиусов R_1 и R_2 .

Существенно отметить, что многие из практически употребляемых материалов анизотропны, в особенности те, которые получаются прессованием. Поэтому пористость P , входящая в уравнение (9), может отличаться от пористости в направлении толщины. Это же замечание касается и величины r и r_m . Однако, вследствие отсутствия каких-либо данных об анизотропии материалов, мы принуждены считать это различие несуществующим.

3. Продолжаем теперь расчет импеданса нашей поверхности, изображенной на рис. 1 и 3. Обозначим через V среднюю скорость на единицу площади нашего материала. Тогда скорость v , входящая в формулу (2), будет равна:

$$v = V \frac{d^2}{\pi R_1^2}.$$

Объемная скорость втекающего в поры одного углубления воздуха (воздух в самом углублении можем принять несжимаемым) есть Vd^2 , а средняя скорость на стенках углубления есть:

$$\frac{Vd^2}{2\pi R_1 l}.$$

Поэтому имеем из (2)

$$p = Vd^2 \left[\frac{Z_\infty \beta}{2\pi R_1 l} + \frac{j\omega M}{\pi R_1^2} \right].$$

Отсюда находим для импеданса материала

$$Z_M = \frac{d^2}{\pi R_1^2} \left[\frac{Z_\infty \beta R_1}{2l} + j\omega M \right]. \quad (10)$$

Прежде чем переходить к численным данным, упростим несколько выражение для β , пользуясь малостью размеров R_1 и R_2 , сравнительно с длиной волны. Входящие в выражение для β Бесселевы функции можно разложить в ряды и ограничиться нужным количеством членов. В том интервале частот, в котором допустимы предыдущие упрощения (частота f до 700 гц), мы можем положить

$$J_0(x) \approx 1,$$

$$J_1(x) \approx \frac{x}{2};$$

$$N_0(x) \approx \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{x}{2} + c \right), \quad N_1(x) \approx \frac{1}{\pi} \left[x \left(\ln \frac{x}{2} + c \right) - \frac{2}{x} - \frac{x}{2} \right].$$

Здесь $c = 0.577215$ (так называемая постоянная Эйлера). В нашем случае роль x играют KR_1 и KR_2 . Применяя наши приближения, найдем для β :

$$\beta = j \frac{K^2 R_2^2 \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - 0.5 \right) - 2}{KR_2 \left(K^2 \frac{R_1 R_2}{2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_1}{R_2} \right)}$$

или

$$\beta = j \frac{aK^2 - 2}{K(bK^2 + e)},$$

где

$$a = K_2^2 \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - 0.5 \right), \quad b = \frac{R_2^2 R_1}{2} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

$$e = \frac{R_2^2}{R_1} - R_1 \approx \frac{R_2^2}{R_1}.$$

K есть не что иное как комплексное волновое число (плоской) звуковой волны в материале; по модулю оно порядка величины $\frac{2\pi}{\lambda}$, т. е. для невысоких частот много меньше единицы; b — порядка единицы, e — порядка десяти (при указанном соотношении между R_1 и R_2).

Можно поэтому β упростить еще и записать его так:

$$\beta = j \frac{R_1 (a_1 K^2 - 2)}{R_2^2 K},$$

где

$$a_1 = a + \frac{b}{e}.$$

Выражение для импеданса Z_M мы напишем теперь так:

$$Z_M = Z_\infty \frac{j}{2lK} (a_1 K^2 - 2) + \frac{R_2^2}{R_1^2} j\omega M. \quad (11)$$

При этом мы положили

$$d^2 = \pi R_2^2.$$

Сравним теперь эту величину с импедансом неперфорированного слоя толщины l при нормальном падении. Указанный импеданс есть

$$Z_l = Z_\infty \operatorname{cth}(jKl), \quad (12)$$

где K то же самое, что и в формуле (11).¹ При малых Kl , путем разложения в ряд, формулу (12) можно преобразовать к виду

$$Z_l = Z_\infty \frac{j}{2lK} \left(\frac{5}{6} l^2 K^2 - 2 \right). \quad (13)$$

Отсюда ясно, что при подходящем выборе соотношения между R_1 и R_2 можно добиться того, чтобы a_1 стало равным $\frac{5}{6} l^2$. А тогда можно написать

$$Z_M = Z_l + \frac{R_2^2}{R_1^2} j\omega M. \quad (14)$$

Но даже если a_1 и не равно в точности $\frac{5}{6} l^2$, то и тогда между Z_M и Z_l будет сохраняться некое подобие соотношения (14).

[Заметим, что формула (14) справедлива в частности при таких числах: $l = 2.9$ см, $R_2 = 2.2$ см, $R_1 = 0.314$ см.]

Из формулы (14) ясно видна роль перфорации. Дело сводится, примерно, к тому, что импеданс перфорированного слоя равняется импедансу обыкновенного слоя той же толщины плюс индукционная добавка $\frac{R_2^2}{R_1^2} j\omega M$, которая растет с частотой.

Как известно, на низких частотах импеданс тонкого слоя пористого материала имеет резко выраженный емкостный характер.

Следовательно, индукционная добавка будет уменьшать реактивную часть импеданса и, значит, увеличивать поглощение на низких частотах. При некоторой частоте наступит резонанс и поглощение достигнет максимума. При дальнейшем росте частоты индукционная добавка, при-

¹ $K = k - j\delta$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, δ — коэффициент затухания волны в материале, λ — длина волны в материале.

вносимая соколеблющейся массой M , начнет играть вредную роль. Положение резонанса зависит как от толщины слоя l , так и от отношения $\frac{R_2^2}{R_1}$; с увеличением обеих этих величин резонанс будет смещаться в сторону низких частот.

Вернемся еще раз к формуле (11).

Обычно $a_1 K^2$ будет по модулю порядка 0.1, и поэтому в порядке грубого приближения можно $a_1 K^2$ отбросить по сравнению с 2. Тогда получим

$$Z_m \approx Z_{\infty} \frac{jK}{K^2} + \frac{R_2^2}{R_1^2} j\omega M. \quad (15)$$

Здесь

$$K = k - j\delta.$$

Мы видим отсюда, что изменение l будет менять активную и емкостную часть импеданса, изменение же $\frac{R_2^2}{R_1}$ в основном будет сказываться на ее индуктивной части.

В заключение дадим несколько числовых примеров.

Для материала "акустик" при $l = 3$ см, $R_2 = 2$ см, $R_1 = 0.3$ см по формуле (11) получаем:

f	300	500	700
Z_m	$11.4 - j179$	$10.9 - j79$	$29.5 + j20$

Коэффициент поглощения $\alpha = 1 - \left(\frac{Z_m - 41.5}{Z_m + 41.5} \right)^2$ будет при этом таков:

f	300	500	700
α	0.06	0.29	0.90

При $l = 2.9$ см, $R_2 = 2.2$ см, $R_1 = 0.314$ см, когда справедлива формула (14), получаем:

f	300	500	700
Z_m	$10 - j177$	$17 - j69$	$27 + j34$
α	0.05	0.35	0.77

Наконец, при $l = 5$ см, $R_2 = 2$ см, $R_1 = 0.3$ см по формуле (11) при $f = 500$ получается

$$Z_m = 10 - j12; \alpha = 0.61.$$

Для сравнения укажем, что неперфорированный слой толщиной $l = 2.9$ см имеет (по Кюлю и Мейеру):

f	300	500	700
α	0.03	0.09	0.32

Цифры подтверждают сделанные нами выше качественные выводы. Что касается абсолютных значений цифр, например, для α , то к ним надо относиться с известной осторожностью, так как имеются сомнения в достоверности использованных нами при вычислениях данных для Z_{∞} , заимствованных из работы Кюля и Мейера.¹ Поэтому из приведенных цифр надлежит делать лишь сугубо качественные выводы.

¹ W. Kuhl u. E. Meyer. Berl. Ber. 26, 416 (1932).

И. П. ПУСТОВОЙТЕНКО

**РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ЗВУКОПОГЛОЩЕНИЯ МАТЕРИАЛА,
ПРОНИЗАННОГО ТРУБАМИ С ПОГЛОЩАЮЩИМИ СТЕНКАМИ**

Тема данной работы — часть общего вопроса о повышении коэффициента поглощения материала путем изменения только геометрической структуры его поверхности, в пределах одного или нескольких звукопоглощающих материалов. В настоящей работе таким материалом является Akustik-Platte. Работа опирается на экспериментальные данные Кюля и Мейера.^[1] Вот почему раздел I настоящей работы посвящен как обсуждению этих данных, так и той элементарной теории поглощения, которая положена в основу их объяснения.

I. Элементарная теория звукопоглощения и экспериментальные данные

Эта теория разбирает случай одномерного распространения звука в материале. Если звук распространяется в направлении оси x , то уравнения распространения таковы:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} + Rv, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (2.1)$$

Величины p и v суть давления и скорости частиц воздуха в порах материала, c и ρ — соответственно скорость звука и плотность воздуха. Все это относится к случаю, когда материал представляет собой жесткий каркас. Если же материал сам принимает участие в колебаниях и теплопроводность его не мала, то под величинами ρ и c следует понимать константы некоторого эквивалентного фиктивного воздуха (ниже будет сказано — от каких факторов зависит значение этих констант). R — коэффициент трения в среде и определяется опытным путем по уравнению

$$Rv = \text{grad } p \quad (3.1)$$

наблюдением над протеканием воздуха через определенную толщину материала, при некоторой разности давлений, созданных на его границах.

Полагая p и v зависящими от времени, как $p = pe^{j\omega t}$, $v = ve^{j\omega t}$, приходим к уравнениям:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = (j\omega\rho + R)v, \quad (1'1)$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{j\omega}{c^2\rho}\right)p. \quad (2'1)$$

Данные уравнения совершенно аналогичны уравнениям линии:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = (j\omega L + r)I, \quad (4.1)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = j\omega CV; \quad (5.1)$$

поэтому можно установить следующее соответствие между электрическими и акустическими величинами:

напряжение	V	\longrightarrow	p ,
ток	I	\longrightarrow	v ,
сопротивление	r	\longrightarrow	R ,
самоиндукция	L	\longrightarrow	ρ ,
емкость	C	\longrightarrow	$\frac{1}{c^2 \rho}$.

Пользуясь аналогиями, мы можем сразу написать акустические импедансы, исходя из импедансов электрических. Для бесконечной линии входной импеданс будет

$$Z_{\infty} = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{j\omega c}}. \quad (6.1)$$

Соответственно акустический импеданс

$$Z_{\infty} = \sqrt{\frac{R + j\omega \rho}{j\omega \frac{1}{c^2 \rho}}} = \rho c \sqrt{1 - j \frac{R}{\omega \rho}}. \quad (6.1')$$

В случае жесткого материала

$$Z_{\infty} = 41.5 \sqrt{1 - j \frac{R}{\omega \rho_0}}.$$

Постоянная распространения для линии

$$\gamma = jk = \sqrt{(r + j\omega L)j\omega c}. \quad (7.1)$$

В нашем случае

$$\gamma = jk = \sqrt{(R + j\omega \rho)j\omega \frac{1}{c^2 \rho}} \quad (7.1')$$

или

$$\gamma = j \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - j \frac{R}{\rho \omega}}, \quad k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - j \frac{R}{\omega \rho}}. \quad (7.1'')$$

Знания k и Z_{∞} достаточно для расчета входного импеданса при любой заданной оконечной нагрузке. Определенный выше Z_{∞} есть входной импеданс материала бесконечной толщины с внутренней стороны его границы. Если ввести понятие пористости $P = \frac{v_a}{v_i}$, где v_a — нормальная составляющая скорости частиц снаружи в воздухе, а v_i — скорости частиц внутри материала на границе, разделяющей материал и воздух, то входной импеданс со стороны воздуха будет $Z_{\infty} = \frac{Z_{\infty}}{P}$, таким образом

$$Z_{\infty} = \frac{\rho c}{P} \sqrt{1 - j \frac{R}{\omega \rho}}. \quad (8.1)$$

Замечая, что

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - j\alpha}, \quad \text{где } \alpha = \frac{R}{\omega \rho},$$

положим $\sqrt{1 - j\alpha} = A - jB$; тогда A и B определяются так:

$$\left. \begin{aligned} A &= \pm \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{2}}, \\ B &= \pm \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

и Z_{∞} напишется так:

$$Z_{\infty} = \frac{\rho c}{P} (A - jB) = \xi (A - jB). \quad (8.1')$$

Величина $c' = \frac{c}{A}$ будет означать скорость распространения фазы, а величина $\delta = \frac{\omega}{c} B$ — коэффициент затухания в материале.

Перейдем теперь к обсуждению данных Кюля и Мейера. Пусть

$$\omega \rightarrow \infty, \quad Z_{\infty} \rightarrow \frac{\rho c}{P}.$$

Если положить, что $Z'_{60} = Z'_{\infty}$, то сразу обнаруживается расхождение между теорией и данными опыта. Согласно теории

$$\operatorname{Re}(Z'_{\infty}) = \xi A > |\operatorname{Im}(Z'_{\infty})| = |\xi B|.$$

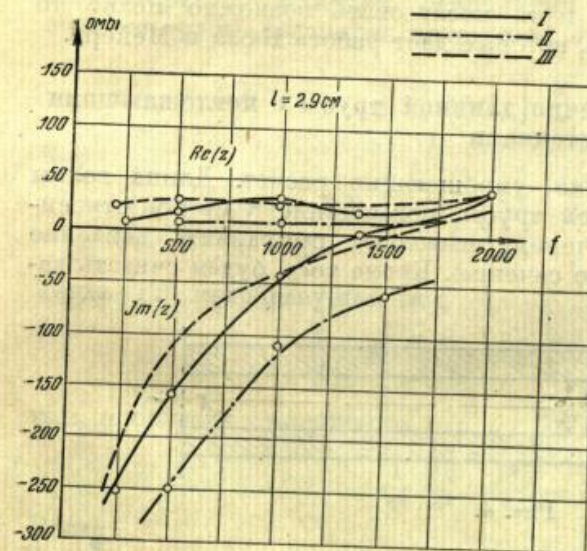


Рис. 2.

На графике для данной толщины материала (рис. 1) мы видим в большом диапазоне частот соотношения обратные. Можно было думать, что равенство $Z'_{60} = Z'_{\infty}$ не совсем верно и надо пользоваться более точной формулой, а именно $Z_e = Z'_{\infty} \operatorname{cth} jkl$, однако из тех же данных можно строго показать, что последнее равенство для $l = 60$ см переходит в $Z_l = Z'_{\infty}$.

Проверим правильность теоретической формулы для случая $l = 2.9$ см. Для вычисления k потребуется знание α . Из данных для $l = 60$ см будем иметь для $f = 1500$ гц $\alpha_{1500} = 0.7$; тогда для любой частоты $\alpha_f = 0.7 \frac{1500}{f}$. Считая $\xi = 0.61$ и $c = 3.4 \times 10^4$ см/сек, получим точки кривой (II) (рис. 2). Сравнивая кривые (I), представляющие собой экспериментальные данные из работы Кюля и Мейера, и кривые (II), видим значительное расхождение между ними.

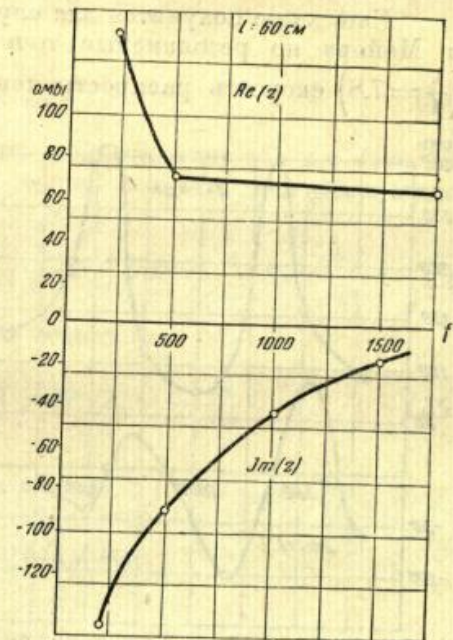


Рис. 1.

Еще хуже получится для случая $l=7.8$ см. (рис. 3). Из данных Кюля и Мейера по резонансным точкам можно определить для $f=320$ гц ($\frac{\lambda}{4}=7.8$) скорость распространения звука в материале. Из соотношения $c=f\lambda$ получим $c' \approx 100$ м, а из $c' = \frac{c}{A}$ получим

$$c_{320} = 149 \text{ м/сек.}$$

Примем в расчетах $c=150$ м/сек и будем считать (что недалеко от истины) его одинаковым для всех частот. Данные подсчета нанесены в виде кривой (III) рис. 2. Получается довольно хорошее совпадение экспериментальных и подсчитанных данных. Правда, для $l=7.8$ получится все же большое расхождение. Нами была сделана попытка получить согласие с опытом в предположении, что $\frac{R}{\rho} = f(\omega)$, однако положитель-

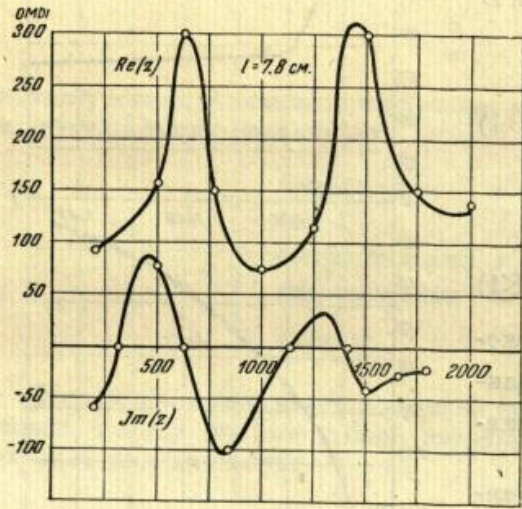


Рис. 3.

ных результатов она не дала. В процессе подсчета выяснилось, что для подобного согласования необходимо было бы положить R и ρ функциями не только частоты, но и толщины материала. Интересно отметить, что Реттингер в своей статье [2] также склоняется к этой мысли. Итак, выяснена полная невозможность использовать теоретические формулы для расчета. Остался единственный путь исследовать возможно полно те немногочисленные данные опыта, которые дает работа Кюля и Мейера.

II. Входной импеданс бесконечно длинной трубы с поглощающими стенками

Сразу же введем ограничения, упрощающие расчет. Длина волны велика в сравнении с диаметром трубы, поглощение у стенок относительно невелико. Эти ограничения позволяют приравнять давление у стенок среднему давлению по сечению. Кроме того, будем считать да-

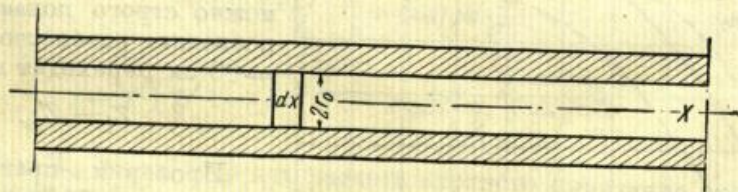


Рис. 4.

вление у стенок связанным со скоростью у стенок соотношением $\frac{p}{v} = Z$, где Z — импеданс для материала стенок при перпендикулярном падении звука. Таким образом, пренебрегаем волной, распространяющейся в материале стенок вдоль оси трубы. Практика построения таких труб показала применимость подобных расчетов. В последующих расчетах толщина стенок берется 2.9 см и 7.8 см. Поглощающие стенки окружены жесткими стенками; рис. 4 показывает разрез такой трубы.

Напишем волновое уравнение¹

$$\Delta^2 \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (1.2)$$

Интегрируя левую и правую части по элементарному объему $d\tau = S dx$ и применяя теорему Грина к левой части, получим ряд следующих соотношений:

$$\int \Delta^2 \varphi d\tau = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \varphi d\tau = \frac{1}{c^2} S \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{1}{S} dx \int \varphi dS = \frac{1}{c^2} S dx \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2}. \quad (1.2)$$

В последующем рассматриваем средние величины:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{S} \int \varphi dS; \quad \bar{p} = \frac{1}{S} \int p dS; \quad \bar{v}_x = -\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x}. \quad (2.2)$$

Преобразуем левую часть:

$$\int \Delta^2 \varphi d\tau = - \int \text{grad}_n \varphi d\sigma,$$

если считать нормаль к поверхности направленной внутрь объема.

Интеграл по поверхности:

$$- \int \text{grad}_n \varphi d\sigma = - \int_{S_x} \text{grad}_n \varphi d\sigma - \int_{S_x+dx} \text{grad}_n \varphi d\sigma - \int_{\sigma_r} \text{grad}_n \varphi d\sigma.$$

Интегрирование по σ_r означает интегрирование по поверхности элементарного цилиндра, основанием которого является внутреннее сечение трубы. Вычисляя интегралы, будем иметь:

$$- \int \text{grad}_n \varphi d\sigma = - \int \frac{\partial \varphi}{\partial x} d\sigma + \int \frac{\partial \varphi}{\partial x} d\sigma + dx \int \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} d\sigma + \frac{\partial \varphi}{\partial r} 2\pi r_0 dx$$

или

$$- \int \text{grad}_n \varphi d\sigma = S dx \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{S} \int \varphi d\sigma - 2\pi r_0 v_{r_0} dx = S dx \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} - 2\pi r_0 v_{r_0} dx.$$

Тогда (1.2) преобразуется так:

$$\frac{1}{c^2} S dx \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} = S dx \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} - 2\pi r_0 v_{r_0} dx$$

или, произведя сокращения,

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} - \frac{2\pi r_0}{S} v_{r_0}.$$

Вводя

$$v_{r=r_0} = \frac{p_{r=r_0}}{Z} = \frac{\bar{p}}{Z} = \rho_0 \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \frac{1}{Z},$$

получим:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} + \frac{2\pi r_0}{SZ} \rho_0 \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2}.$$

¹ Излагаемый здесь вывод уравнения (3.2) принадлежит Б. П. Константинову

Полагая $S = \pi r_0^2$ и $\frac{2\rho_0}{r_0 Z} = R$, получим окончательно уравнение распространения в нашей трубе:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} + R \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2}. \quad (3.2)$$

Решение ищем в виде $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_0 e^{j\omega(t-\gamma x)}$; подставляя это в (3.2) получим для γ :

$$\gamma = \frac{1}{c} \sqrt{1 - j \frac{Rc^2}{\omega}} = \frac{1}{c} (M - jN). \quad (4.2)$$

Теперь решение представится в виде:

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_0 e^{j\omega \left[t - \frac{x}{c} (M - jN) \right]} = \bar{\varphi} e^{j\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) - \delta x}, \quad (4.2)$$

где $\epsilon' = \frac{c}{M}$ и $\delta = \frac{\omega N}{c}$. Входной импеданс трубы определится так:

$$Z_{\infty} = \left. \frac{p}{v} \right|_{x=0} = \frac{\rho_0 j \omega \bar{\varphi}}{j \frac{\omega}{c} (M - jN) \bar{\varphi}} = c \rho_0 \frac{1}{M - jN}. \quad (5.2)$$

Ниже приводятся табл. 1 и 2 величин: $Re(Z_{\infty})$, $Im(Z_{\infty})$ для частот 100, 1000, 2000, для труб различного радиуса.

Таблица 1. Толщина стенок 2,9 см

f	M				N				Z _∞			
	r ₀				r ₀				r ₀			
	3	5	8	10	3	5	8	10	3	5	8	10
200	3.7	2.62	2	1.81	0	0	0	0	11.2	16	20.7	22.8
1000	1.88	1.57	1.35	1.31	0.655	0.470	0.346	0.281	20.7	25.3	30	31
2000	0.69	0.75	0.835	0.84	0.59	0.33	0.17	0.14	45.5	50.5	49	49

f	Re(Z _∞)				Im(Z _∞)			
	r ₀				r ₀			
	3	5	8	10	3	5	8	10
200	11.2	15.9	20.8	23.3	0	0	0	0
1000	19.5	24	29	30.4	6.8	7.2	7.3	6.5
2000	34.6	46.5	47.5	48.5	29.6	20.4	9.6	8.05

Таблица 2. Толщина стенок 7,8 см

f	M		N		Re(Z _∞)		Im(Z _∞)	
	r ₀		r ₀		r ₀		r ₀	
	5	10	5	10	5	10	5	10
200	1.91	1.5	1.29	0.49	15.5	25	10.5	8.15
500	0.9		0.48		34.5		18.2	
1000	1.265	1.12	0.316	0.17	31	36	78	5.45
2000	1.04	1	0.17	0	39	41.5	6.35	0

Данные этих таблиц использованы в последующих расчетах.

III. Расчет коэффициента поглощения материала с трубами

Рис. 5 показывает вид сверху на материал с трубами. Штриховые линии указывают на положение воображаемых жестких стенок, получаемых из условий симметрии.

Вычислим эквивалентный импеданс нашего устройства. Пусть из общей его площади S площадь S_2 занята материалом и площадь S_1 — трубами. Введем обозначения:

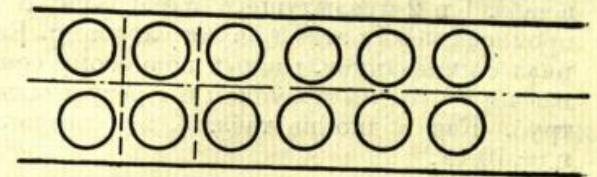


Рис. 5.

$$P_1 = \frac{S_1}{S}, \quad P_2 = \frac{S_2}{S}, \quad P_1 + P_2 = 1. \quad (1.1)$$

Обозначая соответственные импедансы на единицу площади через Z_1 и Z_2 , получим: $Z_{1S_1} = \frac{Z_1}{S_1}$, $Z_{2S_2} = \frac{Z_2}{S_2}$. В нашем случае импедансы соединены параллельно и, следовательно, эквивалентный импеданс площади S будет равен

$$Z_S = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 S_2 + Z_2 S_1}, \quad (1.2)$$

т. е. на единицу площади

$$Z = \frac{Z_S}{S} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 P_2 + Z_2 P_1}. \quad (1.3)$$

Теперь мы можем воспользоваться формулой Кюля и Мейера для вычисления коэффициента отражения от нашего звукопоглощающего материала. Упомянутая формула имеет вид:

$$\beta = \frac{Z - \rho_0 c}{Z + \rho_0 c}; \quad (2.3)$$

подставляя значения Z для нашего случая, будем иметь

$$\beta = \frac{Z_1 Z_2 - \rho_0 c (P_2 Z_1 + P_1 Z_2)}{Z_1 Z_2 + \rho_0 c (P_2 Z_1 + P_1 Z_2)} \quad (3.3)$$

Сделаем предварительные подсчеты, предполагая места, занятые материалом, жесткими, а трубы бесконечно длинными. Ниже приводятся значения коэффициентов поглощения в различных случаях.

Таблица 3. Толщина стенок 2.9 см

f	α	
	$r_0 = 5$ см	$r_0 = 10$ см
200	0.99	0.99
1000	0.88	0.936
2000	0.54	0.82

Таблица 4. Толщина стенок 7.8 см

f	α	
	$r_0 = 5$ см	$r_0 = 10$ см
200	0.585	0.775
1000	0.46	0.665
2000	0.395	0.632

Из таблиц следует, что увеличение пористости ведет к увеличению коэффициента поглощения. Это подтвердится и в дальнейших расчетах. Однако увеличение диаметра труб ведет одновременно к понижению поглощения в них, что следует из рассмотрения величин N , приведенных в табл. 1 и 2 предыдущего параграфа. В практике следует искать компромисса между этими двумя случаями. Если бы удалось подыскать материал с импедансом, равным волновому сопротивлению трубы, то, закрывая им трубу, мы получили бы результаты те же, что и для бесконечных труб. Как видно из табл. 3, эти результаты очень благоприятны для $r_0 = 10$ см.

IV. Коэффициент поглощения при нагрузке трубы на различные импедансы

На основании некоторых соображений можно было думать, что пробка из поглощающего материала, помещенная в трубу, даст благоприятные результаты для поглощения внутри трубы. Ниже приводятся расчеты, принимающие во внимание некоторым образом действие поверхности, не занятой трубами. Расчеты ведутся по схеме рис. 6.

Здесь *I* — отрезок жесткой трубы; *II* — труба с поглощающими стенками; *III* — пробка из звукопоглощающего материала; *IV* — жесткая труба на твердой стене; *V* — материал в жесткой трубе.

Область *IV* потому взята в виде жесткой трубы, что коэффициент поглощения наиболее интересен для низких частот, а поглощение последних в трубе с поглощающими стенками, как это следует из предыдущего, весьма мало. Вид области *V* выбран по соображениям простоты подсчета.

Входной импеданс трубы в настоящем случае подсчитывается как импеданс линии, составленной из разнородных участков. В последующем индекс *l* указывает на конец, а индекс *ex* — на начало соответствующих областей. В таком случае мы можем написать:

$$Z_{ex}^{(l)} = Z_{\infty}^{(l)} \frac{Z_l^{(l)} \operatorname{ch} jk^{(l)} l^{(l)} + Z_{\infty}^{(l)} \operatorname{chsh} jk^{(l)} l^{(l)}}{Z_l^{(l)} \operatorname{sh} jk^{(l)} l^{(l)} + Z_{\infty}^{(l)} \operatorname{ch} jk^{(l)} l^{(l)}} \quad (1.4)$$

и далее

$$Z_l^{(I)} = Z_{\infty}^{(II)} \frac{Z_l^{(II)} \operatorname{ch} j\omega\gamma l^{(II)} + Z_{\infty}^{(II)} \operatorname{sh} j\omega\gamma l^{(II)}}{Z_l^{(II)} \operatorname{sh} j\omega\gamma l^{(II)} + Z_{\infty}^{(II)} \operatorname{ch} j\omega\gamma l^{(II)}} \quad (2.4)$$

$$Z_l^{(II)} = \frac{Z_{\infty}^{(III)} Z_l^{(III)} \operatorname{ch} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_{\infty}^{(III)} \operatorname{sh} jk^{(III)} l^{(III)}}{P Z_l^{(II)} \operatorname{sh} jk^{(III)} l^{(II)} + Z_{\infty}^{(III)} \operatorname{ch} jk^{(III)} l^{(III)}} \quad (3.4)$$

$$Z_l^{(III)} = Z_{ex}^{(IV)} = Z_{\infty}^{(IV)} P \operatorname{cth} j \frac{\omega}{c} l^{(IV)}. \quad (4.4)$$

В этих формулах jk или $j\omega\gamma$ обозначают постоянные распространения для соответственных случаев.

В разделе I величина $Z_{\infty}^{(II)}$ обозначена как $Z_{\infty} = \rho_0 c (A - jB)$. Мы можем ввести в формулы величину $Z_{\infty}'^{(III)} = \frac{Z_{\infty}^{(III)}}{P}$. Тогда формула (3.4) переписывается следующим образом:

$$Z_l^{(II)} = Z_{\infty}'^{(III)} \frac{Z_l^{(III)} \operatorname{ch} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_{\infty}'^{(III)} P \operatorname{sh} jk^{(III)} l^{(III)}}{Z_l^{(III)} \operatorname{sh} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_{\infty}'^{(III)} P \operatorname{ch} jk^{(III)} l^{(III)}} = Z_{\infty}'^{(III)} \frac{Z_l^{(III)} \operatorname{cth} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_{\infty}'^{(III)} P}{Z_{\infty}'^{(III)} P \operatorname{cth} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_l^{(III)}}$$

или, принимая во внимание, что

$$Z_l^{(III)} = Z_{\infty}^{(IV)} P \operatorname{cth} j \frac{\omega}{c} l^{(IV)},$$

получим окончательно

$$Z_l^{(II)} = Z_{\infty}'^{(III)} \frac{Z_{\infty}^{(IV)} \operatorname{cth} j \frac{\omega}{c} l^{(IV)} \operatorname{cth} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_{\infty}'^{(III)}}{Z_{\infty}'^{(III)} \operatorname{cth} jk^{(III)} l^{(III)} + Z_{\infty}^{(IV)} \operatorname{cth} j \frac{\omega}{c} l^{(IV)}} \quad (5.4)$$

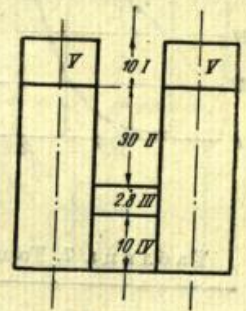


Рис. 6.

А в таком случае величины $Z_{\infty}'^{(III)}$ и $Z_{\infty}'^{(III)} \operatorname{cth} jk^{(III)} l^{(III)}$ берутся из данных Кюля и Мейера для $l = 2.9$ см и $l = 7.8$ см. Значения для всех остальных величин подсчитываются или берутся из подсчетов предыдущих разделов.

Ниже приводятся табл. 5 и 6, вычисленные по этим формулам; α обозначает коэффициент поглощения.

Таблица 5. Толщина стенок 2.9 см

f	Z_{ex}		Z_{ex}		α	
	$r_0 = 5$		$r_0 = 10$		$r_0 = 5$	$r_0 = 10$
	Re	Im	Re	Im		
200	1.1	-1.35	4.6	-17.7	0.14	0.61
1000	74	-10.8	50	15	0.815	
2000	39	17.8	47	11.3	0.867	0.92

Таблица 6. Толщина стенок 7.8 см

f	Z_{ex}		Z_{ex}		α
	$r_0 = 5$		$r_0 = 10$		
	Re	Im	Re	Im	
200			7.2	0.56	0.94
1000			7.9	-38	0.68
2000			9	1.2	0.97

В табл. 5 для $f=200$ $\alpha=0.14$, т. е. величина меньшая, чем та, которая получилась бы, если бы трубы были жесткими. При этом видно, что Z_{ex} имеет очень малую величину. Таким образом, в момент резонанса труб величина коэффициента поглощения может стать очень малой.

Табл. 7 и 8 относятся к случаю, когда трубы оканчиваются пробкой в 7.8 см, лежащей на жесткой стенке. Длина трубы с поглощающими стенками равна 30 см. В остальном расчет производится по схеме рис. 6.

Результат, приведенный в табл. 8, можно считать довольно хорошим. Насколько улучшают трубы коэффициент поглощения в сравнении с одним материалом, наглядно видно из рис. 7 и 8.

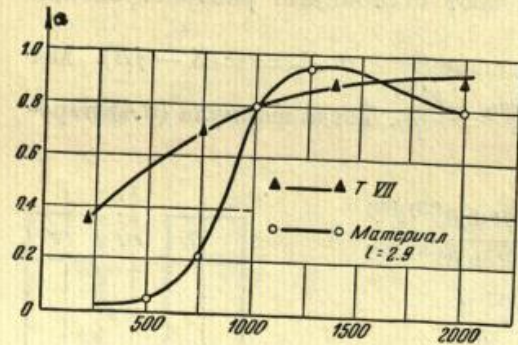


Рис. 7.

Таблица 7. Толщина стенки 2.9 см

f	Z_{ex}			α
	Re	Im	$r_0 = 5$	
200	2.5	-0.16		0.35
1000	74	-10.8		0.815
2000	89	17.8		0.867

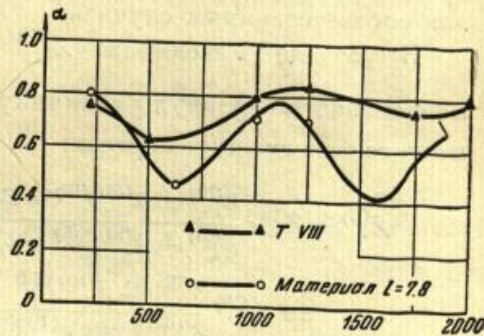


Рис. 8.

Таблица 8. Толщина стенки 7.8 см

f	Z_{ex}			α
	Re	Im	$r_0 = 5$	
200	18	24.5		0.774
500	81.5	-20.2		0.64
1000	57	-0.9		0.813
2000	37	-4.6		0.80

Пользуясь выписанными выше формулами, нетрудно рассчитать коэффициент поглощения для рашперной решетки из звукопоглощающего материала, опирающейся на тот же материал толщиной в 7.8 см, лежащий на твердой стенке. Ребра рашпера в глубину имеют 30 см.

Рассчитываются два случая при различной ширине ребер на одинаковом расстоянии между ними, равном 5 см. Схематически оба случая изображены на рис. 9 и 10. В основном уравнении $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} - \frac{2\pi r_0}{S} V_{r_0}$ вместо $\frac{2\pi r_0}{S}$ будет стоять $\frac{2l}{d}$, т. е. вместо коэффициента $\frac{2}{r_0}$ будет $\frac{2}{d}$. Таким образом, в настоящем случае ширина d эквивалентна радиусу r_0 . Поэтому мы можем воспользоваться результатами последних подсчетов

для труб радиуса 5 см, изменив в формуле коэффициента отражения только величины пористостей.

Величины последних дает табл. 9, а все остальные — табл. 10 и 11.

Таблица 9

d_1	d_2	P_1	P_2
5	5.8	0.46	0.54
	15.6	0.242	0.758

Таблица 10. $d_2 = 5.8$ см

f	Z_{ex}		α
	Re	Im	
200	2.5	0.16	0.40
1000	74	-10.8	0.84

Таблица 11. $d_2 = 15.6$ см

f	Z_{ex}		α
	Re	Im	
200	18	24.5	0.895
500	81.5	-20.2	0.66

Цифры показывают выгоду рашперной решетки в сравнении с трубами; выгодность объясняется увеличением пористости.

Следует сказать, что все подсчеты, как предыдущие, так и настоящие, более или менее верны только для низких частот, так как первым условием расчетов была малость величины неоднородности поверхности в сравнении с длиной волны. Для частот же 500, 1000 расстояния в 10—20 см никак нельзя считать малыми в сравнении с длиной волны. Для них решение уравнения надо было бы искать в периодическом распределении потенциала вдоль поверхности. Это приводит к представлению, согласно которому около поверхности, вследствие наличия поглотителя, будет происходить постоянное накопление и исчезновение колеблющейся энергии. Поэтому можно ожидать только увеличения поглощения для высоких частот, и цифры подсчетов дают правильную ориентировку.

Наконец, разберем случай падения звука под углом. Расчет произведем с величинами табл. 11. Формула Кюля и Мейера для этого случая имеет вид:

$$\beta = \frac{Z \cos \vartheta - \rho_0 c}{Z \cos \vartheta + \rho_0 c} \quad (6.4)$$

или в нашем случае

$$\beta = \frac{Z_1 Z_2 \cos \vartheta - \rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)}{Z_1 Z_2 \cos \vartheta + \rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)} \quad (7.4)$$

Подсчеты заключены в табл. 12 и 13.

Таблица 12

f	ϑ	α
200	30°	0.925
500		0.72

Таблица 13

f	ϑ	α
200	60°	0.945
500		0.77

Падение звука под углом, как видно из цифр, не вызывает опасений. Наоборот, если рашперную решетку поставить под углом к направлению звука, то коэффициент поглощения может быть увеличен.

У. Исследование формулы коэффициента отражения

Как выведено в начале раздела III, формула коэффициента отражения имеет вид:

$$\beta = \frac{Z_1 Z_2 - \rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)}{Z_1 Z_2 + \rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)}$$

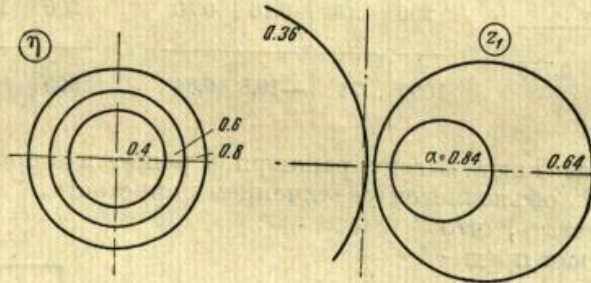


Рис. 11.

Рис. 12.

Произведем ряд преобразований:

$$\beta = 1 - \frac{2\rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)}{Z_1 Z_2 + \rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)},$$

$$\frac{Z_1 Z_2 + \rho_0 c (P_1 Z_2 + P_2 Z_1)}{P_1 Z_2 + P_2 Z_1} = \frac{2\rho_0 c}{1 - \beta}$$

и далее

$$\frac{Z_1 Z_2}{P_1 Z_2 + P_2 Z_1} = \rho_0 c \left(\frac{2}{1 - \beta} - 1 \right) = \rho_0 c \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$$

Обозначая $\rho_0 c \frac{1 + \beta}{1 - \beta} = \eta$, получаем: $Z_1 Z_2 = \eta P_1 Z_2 + \eta P_2 Z_1$

и далее

$$Z_1 = P_1 Z_2 \frac{\eta}{Z_2 - P_2 \eta} \quad (1.5)$$

Будем рассматривать Z_1 как функцию η при данном Z_2 и P_1 . Связь между Z_1 и η выражается дробнолинейным преобразованием, а стало быть, окружности комплексной плоскости η переходят в окружность плоскости Z_1 .

В свою очередь η связано с β также дробнолинейной связью, и, следовательно, окружности плоскости β переходят в окружности плоскости Z_1 .

Рис. 11 и 12 поясняют смысл преобразования плоскости η в Z_1 .

Около каждой окружности вместо значения β стоит соответствующее значение α (коэффициента поглощения). Построив подобные диаграммы для данного Z_2 и нескольких значений P_1 , мы имеем возможность чрезвычайно удобно выбрать Z_1 , удовлетворяющий максимальному коэффициенту поглощения. Таким образом, необходимо только знать импедансы различных типов звукопоглощающих материалов.

В. А. ЦИГУНОВ

О КОЛЕБАНИЯХ ВНУТРИ НИШИ, ОТКРЫТАЯ ПОВЕРХНОСТЬ КОТОРОЙ ВОЗБУЖДЕНА ЗАДАННЫМ ОБРАЗОМ

1. Рассмотрим нишу указанной на рис. 1 формы. Внутренние стенки ниши выложены некоторым звукопоглощающим материалом. В дальнейшем будем считать, что акустическое сопротивление у стен ниши для плоских волн есть постоянная заданная величина δ_1 . Кроме того, будем для упрощения рассматривать только плоскую задачу.

2. Потенциал скорости φ подчиняется уравнению

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \Delta^2 \varphi. \quad (1)$$

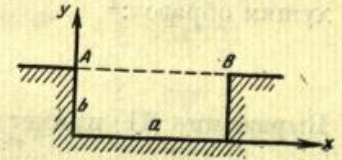


Рис. 1.

Граничные условия на внутренних стенках ниши построим, воспользовавшись заданным у их поверхности акустическим сопротивлением δ_1 для плоской волны. Условием на открытой границе ниши AB послужит характер ее возбуждения. Обозначая плотность воздуха через ρ , представим граничные условия в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial \varphi(0, y, t)}{\partial t} = \delta_1 \frac{\partial \varphi(0, y, t)}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \varphi(a, y, t)}{\partial t} = -\delta_1 \frac{\partial \varphi(a, y, t)}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial \varphi(x, 0, t)}{\partial t} = \delta_1 \frac{\partial \varphi(x, 0, t)}{\partial y}. \quad (4)$$

3. В дальнейшем будем рассматривать некоторый установившийся процесс, зависящий от времени по закону $e^{i\omega t}$. Учтя это, следуя методу Фурье, ищем частное решение уравнения (1) в виде

$$\varphi(x, y, t) = X(x) Y(y) e^{i\omega t}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (1) и разделив переменные, получим для определения функций $X(x)$ и $Y(y)$ следующие уравнения:

$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0, \quad (6)$$

$$Y''(y) - \nu^2 Y(y) = 0, \quad (7)$$

где λ и ν — постоянные, связанные между собой зависимостью

$$\lambda^2 + \nu^2 = -\frac{\omega^2}{c^2}. \quad (8)$$

Из уравнений (6) и (7) получим для функций $X(x)$ и $Y(y)$ выражения:

$$X(x) = Ae^{\lambda x} + Be^{-\lambda x}, \quad (9)$$

$$Y(y) = Ce^{\nu y} + De^{-\nu y}. \quad (10)$$

4. Для определения произвольных постоянных B, C, D, λ воспользуемся граничными условиями (2), (3) и (4). Подставив (9) в (5) и (5) в (2), получим

$$B = A \frac{\delta_1 \lambda - i\omega\rho}{\delta_1 \lambda + i\omega\rho} = Ae^\eta, \quad (11)$$

подставив (9) в (5) и (5) в (2) и учтя (11), получим

$$e^{2a\lambda} = e^{2\eta}. \quad (12)$$

Это трансцендентное уравнение и даст возможность определить λ .

5. Обозначим через δ сопротивление у плоской границы для плоской волны, падающей нормально. Тогда сопротивление δ_1 у стен ниши, сделанных из того же материала для тех же условий, будет зависеть от δ следующим образом:¹

$$\delta_1 = i \frac{\omega}{c\lambda} \delta. \quad (13)$$

Выражение (11) примет вид:

$$e^\eta = \frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho}, \quad (14)$$

и уравнение (12) может быть переписано в следующей форме:

$$e^{2a\lambda} = \left[\frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho} \right]^2. \quad (15)$$

Введя обозначение

$$\eta = -\beta + i\gamma, \quad (16)$$

без труда находим для корней λ_n уравнения (15) выражение:

$$\lambda_n = -\frac{\beta}{a} + i \frac{\gamma + n\pi}{a}. \quad (17)$$

6. На рис. 2 указано расположение этих корней на плоскости λ . Представим уравнение (15) в виде следующих двух уравнений:

$$e^{\lambda a} - \frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho} = 0, \quad (18)$$

$$e^{\lambda a} + \frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho} = 0. \quad (19)$$

Все корни, отмеченные на рис. 2 одним штрихом, принадлежат уравнению (18), а корни, отмеченные двумя штрихами, — уравнению (19). Иначе говоря, все корни с четными индексами (и с индексом „ноль“) принадлежат уравнению (18), а все корни с нечетными индексами принадлежат уравнению (19). В силу всего этого мы можем выражение (14) переписать так:

$$e^\eta = \frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho} = (-1)^n e^{a\lambda_n}. \quad (20)$$

¹ См. подробнее в работе М. А. Сапожкова.

Выражение (9) для функции $X(x)$ примет вид:

$$X_n(x) = A_n [e^{\lambda_n x} + (-1)^n e^{\lambda_n a} e^{-\lambda_n x}]. \quad (21)$$

В дальнейшем символом $X_n(x)$ будем обозначать выражение, стоящее в квадратных скобках.

7. Перейдем к функции $Y(y)$. Повторив аналогичные рассуждения и учтя то, что без ограничения общности можно положить $C=1$, получим для $Y_n(y)$ выражение:

$$Y_n(y) = e^{\nu_n y} + e^\eta e^{-\nu_n y}, \quad (22)$$

где η определяется из (14), а ν_n из (8).

8. Для построения условия на границе AB (рис. 1) необходимо задаться характером ее возбуждения. Пусть в направлении оси y на эту границу падает плоская волна $e^{i\omega t} e^{-ipy}$, где $k = \frac{\omega}{c}$. Мы не будем рассматривать той сложной диффракционной картины, которая при этом возникнет, заменив ее некоторой весьма упрощенной схемой. А именно, положим, что падающая волна имеет на границе AB вид

$$K(x) e^{i\omega t} e^{-ikb},$$

где $K(x)$ — функция, заданная в интервале $0 \leq x \leq a$. Для отраженной же волны положим, что в некоторой непосредственной близости от границы AB она может быть представлена в виде $f(x) e^{i\omega t} e^{iky}$, а, следовательно, на самой границе в виде $f(x) e^{i\omega t} e^{ikb}$, где $f(x)$ — пока произвольная функция, дающая закон распределения амплитуд и фаз в отраженной волне на границе AB . Эта схема, повторяем, является, конечно, весьма упрощенной. Но если размеры ниши значительны по сравнению с длиной волны, то эта схема может служить некоторым приближением к действительности.

Обозначим потенциал в падающей волне через φ' , в отраженной волне через φ'' . Потенциал в нише уже обозначен через φ . Условия на границе AB запишем в обычном виде:

$$\rho \frac{\partial \varphi(x, b, t)}{\partial t} = \rho \frac{\partial}{\partial t} [\varphi'(x, b, t) + \varphi''(x, b, t)]; \quad (23)$$

$$\frac{\partial \varphi(x, b, t)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [\varphi'(x, b, t) + \varphi''(x, b, t)],$$

где о форме потенциалов φ' и φ'' мы уже условились.

9. Найденное выше частное решение (5) уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (2), (3) и (4), может быть написано в виде:

$$\varphi_n(x, y, t) = A_n [e^{\nu_n y} + e^\eta e^{-\nu_n y}] [e^{\lambda_n x} + (-1)^n e^{\lambda_n a} e^{-\lambda_n x}] e^{i\omega t}. \quad (24)$$

Составим линейную комбинацию

$$\varphi(x, y, t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \varphi_n(x, y, t) = e^{i\omega t} \sum_n A_n Y_n(y) X_n(x) \quad (25)$$

и подберем коэффициенты A_n так, чтобы условия (23) были выполнены. Первое из этих условий может быть переписано так:

$$i\omega e^{i\omega t} \sum_n A_n Y_n(b) X_n(x) = K(x) i\omega e^{i\omega t} e^{-ikb} + f(x) i\omega e^{i\omega t} e^{ikb}.$$

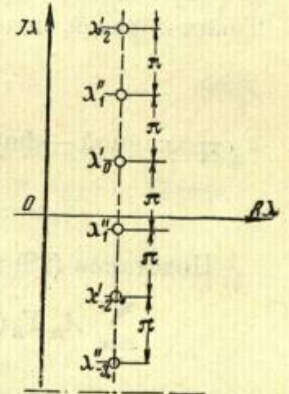


Рис. 2.

Разложим функцию $K(x)$ ($0 \leq x \leq a$) [где $K(x)$ заданная функция] в ряд по функциям $X_n(x)$ в интервале $(0, a)$:

$$K(x) = \sum_n b_n X_n(x), \quad (26)$$

произвольную же функцию $f(x)$ заменим выражением

$$\sum_n a_n X_n(x). \quad (27)$$

Таким образом, падающей волне на границе AB придана форма:

$$\left. \begin{aligned} \varphi' &= e^{i\omega t} e^{-ikb} \sum_n b_n X_n(x), \\ \varphi'' &= e^{i\omega t} e^{ikb} \sum_n a_n X_n(x). \end{aligned} \right\} \text{а отраженной — форма:} \quad (28)$$

Подставив (28) в рассматриваемое граничное условие, получим:

$$\sum_n A_n Y_n(b) X_n(x) = e^{ikb} \sum_n b_n X_n(x) + e^{ikb} \sum_n a_n X_n(x). \quad (29)$$

Аналогичным образом из второго из условий (23) получим:

$$\sum_n A_n Y_n'(b) X_n(x) = -ike^{-ikb} \sum_n b_n X_n(x) + ipe^{ikb} \sum_n a_n X_n(x). \quad (30)$$

Из этих двух выражений можно определить постоянные A_n и a_n :

$$A_n = \frac{2b_n e^{-ikb}}{Y_n(b) - Y_n'(b)}, \quad (31)$$

$$a_n = b_n e^{-2ikb} \frac{Y_n(b) + Y_n'(b)}{Y_n(b) - Y_n'(b)}. \quad (32)$$

Знание коэффициентов a_n , а следовательно, и функции $f(x)$ дает возможность составить представление о коэффициенте поглощения границы AB при оговоренных выше условиях.

10. В предыдущем параграфе нам встречалась необходимость разложить некоторую, вообще говоря, произвольную, функцию в ряд по функциям $X_n(x)$ в интервале $(0, a)$. Функции $X_n(x)$ не ортогональны. Для определения коэффициентов разложения воспользуемся следующим методом, предложенным Коши.¹ Задачу сформулируем так: требуется функцию $f(x)$ разложить в ряд по функциям $X_n(x)$, зависящим от корней некоторого трансцендентного уравнения

$$\alpha(\lambda) = 0. \quad (33)$$

В нашем случае таким трансцендентным уравнением является уравнение (15):

$$e^{2a\lambda} - \left[\frac{\beta - c\varphi}{\beta + c\varphi} \right]^2 = 0. \quad (34)$$

¹ Cauchy. Mémoire sur l'application du calcul des résidus à la solution des problèmes de physique mathématique. Paris 1827. См. также А. Н. Крылов. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики.

Корни этого уравнения $\lambda = \lambda_n$ ($n = \dots - 2, -1, 0, 1, 2, \dots$) входят в выражение функции $X_n(x)$ [см. (23)]. Идея способа Коши заключается в следующем. Пусть функции $\alpha(\lambda)$ и $\beta(\lambda) F(\lambda, x)$ ¹ конечны и однозначны при конечных λ и x . Пусть λ_n простой корень уравнения (33). Тогда

$$\frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F(\lambda, x) d\lambda = A_1(x) + A_2(x) + \dots, \quad (35)$$

где c — замкнутая кривая, а $A_n(x)$ — вычет относительно полюса λ_n , лежащего внутри c . Вычет A_n есть в нашем случае функция параметра x , имеющая следующий вид:

$$A_n(x) = \frac{\beta(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} F(\lambda_n, x). \quad (36)$$

Пусть c — есть окружность с центром в начале координат. Устремим радиус этой окружности к бесконечности. Тогда все корни уравнения (33) попадут внутрь этой окружности и (35) примет вид:

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F(\lambda, x) d\lambda = \sum_n \frac{\beta(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} F(\lambda_n, x). \quad (37)$$

Если функция $\beta(\lambda) F(\lambda, x)$ подобрана так, что

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F(\lambda, x) d\lambda = f(x), \quad (38)$$

где $f(x)$ есть заданная произвольная функция, то

$$f(x) = \sum_n \frac{\beta(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} F(\lambda_n, x). \quad (39)$$

Это выражение и дает разложение в заданном интервале функции $f(x)$ в ряд по функциям $F(\lambda_n, x)$, зависящим от корней трансцендентного уравнения (33):

Можно показать, что²

$$\begin{aligned} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F(\lambda, x) d\lambda &= \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \lambda \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F(\lambda, x) - \\ &- \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \lambda \frac{\beta(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} F(-\lambda, x), \end{aligned} \quad (40)$$

где через $R\lambda$ обозначена вещественная часть λ . Использование этой зависимости значительно упрощает дальнейшее.

11. Следуя Коши, функцию $F(\lambda, x)$ выберем в виде

$$F_1(\lambda, x) = \int_0^x e^{\lambda(x-y)} f(y) dy. \quad (41)$$

¹ Не смешивать с β в формуле (16).

² См. А. Н. Крылов. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики.

Для дальнейшего потребуем, чтобы функция $f(y)$ подчинялась условию Дирихле. Условившись о виде функции $F_1(\lambda, x)$, будем искать предел интеграла, стоящего в левой части выражения (37), используя для этого (40):

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_0^x e^{\lambda(x-y)} f(y) dy d\lambda = \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \lambda \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_0^x e^{\lambda(x-y)} f(y) dy - \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \lambda \frac{\beta(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} \int_0^x e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy. \quad (42)$$

Можно показать, что

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \int_0^x \lambda e^{-\lambda y} f(y) dy = \text{конечной величине} \quad (43)$$

и

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \int_0^x \lambda e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy = f(x), \quad (44)$$

при условии, что $f(y)$ подчиняется условиям Дирихле. Потребуем, чтобы

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} = 0, \quad (45)$$

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} e^{\lambda x} = 0, \quad (46)$$

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\beta(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} = 1. \quad (47)$$

Это будет выполнено, если мы положим $\beta(\lambda)$ равным второму члену, входящему в уравнение (34),

$$\beta(\lambda) = -\left(\frac{\beta - c\lambda}{\beta + c\lambda}\right)^2, \quad (48)$$

при условии, что x заключено в интервале $(0, 2a)$.

Выражение (42) переписывается так:

$$\begin{aligned} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_0^x e^{\lambda(x-y)} f(y) dy d\lambda &= \\ &= \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} e^{\lambda x} \lim \int_0^x \lambda e^{-\lambda y} f(y) dy - \\ &- \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\beta(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} \lim \int_0^x \lambda e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy = -\frac{1}{2} f(x). \end{aligned}$$

Откуда в силу (37) имеем

$$\frac{1}{2} f(x) = - \sum_n \frac{\beta(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_0^x e^{\lambda_n(x-y)} f(y) dy. \quad (49)$$

Выберем теперь вместо функции (41) некоторую функцию

$$F_2(\lambda, x) = \int_x^a e^{\lambda(x-y)} f(y) dy \quad (50)$$

и составим интеграл:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_x^a e^{\lambda(x-y)} f(y) dy d\lambda. \quad (51)$$

Потребуем соблюдения следующих условий:

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} = 1, \quad (52)$$

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\gamma(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} = 0, \quad (53)$$

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\gamma(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} e^{-\lambda x} = 0. \quad (54)$$

Это может быть достигнуто, если мы $\gamma(\lambda)$ положим, например, равным первому члену уравнения (34):

$$\gamma(\lambda) = e^{2a\lambda}. \quad (55)$$

Кроме того, можно доказать справедливость следующих равенств:

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \int_x^a \lambda e^{\lambda(x-y)} f(y) dy = f(x), \quad (56)$$

$$\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \int_x^a \lambda e^{\lambda y} f(y) dy = 0, \quad (57)$$

если $f(y)$ подчиняется условиям Дирихле.

Тогда (40) приобретает вид:

$$\begin{aligned} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F_2(\lambda, x) d\lambda &= \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_x^a \lambda e^{\lambda(x-y)} f(y) dy - \\ &- \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, R\lambda > 0} \frac{\gamma(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} e^{-\lambda x} \int_x^a \lambda e^{\lambda y} f(y) dy = \frac{1}{2} f(x). \end{aligned}$$

Откуда в силу (37)

$$\frac{1}{2} f(x) = \sum_n \frac{\gamma(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_x^a e^{\lambda_n(x-y)} f(y) dy. \quad (58)$$

При выбранных нами функциях $\beta(\lambda)$ и $\gamma(\lambda)$ замечаем, что

$$\beta(\lambda_n) = -\gamma(\lambda_n). \quad (59)$$

Сложив (49) и (58) и учтя равенство (59), получим:

$$f(x) = \sum_n \frac{\gamma(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_0^a e^{\lambda_n(x-y)} f(y) dy \quad (60)$$

¹ $\gamma(\lambda)$, входящее в (51), не смешивать с γ , входящим в (16).

или иначе

$$f(x) = \sum_n \frac{\gamma(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f(y) dy e^{\lambda_n x}. \quad (61)$$

Это есть разложение функции $f(x)$ в ряд по функциям $e^{\lambda_n x}$ в интервале $(0, a)$, где λ_n есть корни уравнения (34).

Введем теперь в рассмотрение некоторую функцию $F_3(\lambda, x)$:

$$F_3(\lambda, x) = \int_0^x e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy \quad (62)$$

и построим интеграл:

$$\int_c^x \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} F_3(\lambda, x) d\lambda.$$

Подставив его в (40) и учтя (43) и (44), получим:

$$\begin{aligned} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c^x \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_0^x e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy d\lambda &= \\ &= \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, \operatorname{Re} \lambda > 0} \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_0^x \lambda e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy - \\ &- \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{\gamma(\lambda)}{\alpha(\lambda)} e^{\lambda x} \int_0^x \lambda e^{-\lambda y} f(y) dy = \frac{1}{2} f(x), \end{aligned}$$

откуда

$$\frac{1}{2} f(x) = \sum_n \frac{\gamma(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_0^x e^{-\lambda_n(x-y)} f(y) dy. \quad (63)$$

Наконец, введем функцию $F_4(\lambda, x)$:

$$F_4(\lambda, x) = \int_x^a e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy \quad (64)$$

и составим интеграл:

$$\int_c^a \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_x^a e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy d\lambda. \quad (65)$$

Подставив в (40) и учтя (45), (46) и (47), получим:

$$\begin{aligned} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_c^a \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_x^a e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy d\lambda &= \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty, \operatorname{Re} \lambda > 0} \lambda \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)} \int_x^a e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy - \\ &- \frac{1}{2} \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \frac{\beta(-\lambda)}{\alpha(-\lambda)} \int_x^a \lambda e^{-\lambda(x-y)} f(y) dy. \end{aligned}$$

Откуда, учтя (56), найдем, что предел левой части равен $-\frac{1}{2} f(x)$.

Следовательно,

$$\frac{1}{2} f(x) = - \sum_n \frac{\beta(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_x^a e^{-\lambda_n(x-y)} f(y) dy. \quad (66)$$

Сложив (63) и (66) и учтя (59), получим:

$$f(x) = \sum_n \frac{\gamma(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n(x-y)} f(y) dy$$

или

$$f(x) = \sum_n \frac{\gamma(\lambda_n)}{\alpha'(\lambda_n)} \int_0^a e^{\lambda_n y} f(y) dy e^{-\lambda_n x}. \quad (67)$$

Это есть разложение функции $f(x)$ в ряд по функциям $e^{-\lambda_n x}$, где λ_n корни уравнения (34).

Для того чтобы из (61) и (67) получить нужное нам разложение, введем вместо α , β и γ функции α_1 , β_1 , γ_1 , α_2 и β_2 :

$$\begin{cases} \alpha_1(\lambda) = e^{a\lambda} - \frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho}, \\ \alpha_2(\lambda) = e^{a\lambda} + \frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho}, \\ \beta_1(\lambda) = -\frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho}, \\ \beta_2(\lambda) = +\frac{\delta - c\rho}{\delta + c\rho}, \\ \gamma_1(\lambda) = e^{a\lambda}. \end{cases} \quad (68)$$

Они удовлетворяют условиям (45), (46) и (47), (52), (53) и (54).

Некоторую функцию $f_1(x)$ можно, в силу (61), представить в следующем виде:

$$f_1(x) = \sum_n \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{\alpha_2'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_1(y) dy e^{\lambda_n x} \quad (69)$$

$$(n = \dots -3, -1, 1, 3, \dots),$$

или же, в силу (67), — в виде:

$$f_1(x) = \sum_n \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{\alpha_2'(\lambda_n)} \int_0^a e^{\lambda_n y} f_1(y) dy e^{-\lambda_n x} \quad (69)$$

$$(n = \dots -3, -1, 1, 3, \dots).$$

В интеграле $\int_0^a e^{\lambda_n y} f_1(y) dy$ введем новую переменную интегрирования $a - y$. Тогда он, после того как поменяем пределы местами, примет вид:

$$\int_0^a e^{\lambda_n(a-y)} f_1(a-y) dy. \quad (70)$$

Потребуем, чтобы $f_1(y)$ удовлетворяло следующему условию:

$$f_1(a-y) = -f_1(y). \quad (71)$$

Тогда интеграл (70) приобретет вид:

$$-e^{\lambda_n a} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_1(y) dy.$$

И, следовательно, (69) будет иметь вид:

$$f_1(x) = - \sum_{n=\dots-3,-1,1,3,\dots} \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{\alpha_1'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_1(y) dy e^{\lambda_n a} e^{-\lambda_n x}. \quad (72)$$

Сложим (69) и (72):

$$f_1(x) = \sum_{n=\dots-3,-1,1,3,\dots} \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{2\alpha_1'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_1(y) dy [e^{\lambda_n x} - e^{\lambda_n a} e^{-\lambda_n x}], \quad (73)$$

что и дает разложение функции $f_1(x)$, подчиняющейся условию (71), в ряд по функциям вида $X_n(x)$, где $n = \dots -3, -1, 1, 3, \dots$

Пусть теперь некоторая функция $f_2(x)$ удовлетворяет условию

$$f_2(a-y) = f_2(y). \quad (74)$$

Интеграл (70) примет вид

$$e^{\lambda_n a} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_2(y) dy.$$

Вместо (69) и (72) получим:

$$f_2(x) = \sum_{n=\dots-2,0,2,4,\dots} \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{\alpha_1'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_2(y) dy \cdot e^{\lambda_n x}, \quad (75)$$

$$f_2(x) = \sum_{n=\dots-2,0,2,4,\dots} \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{2\alpha_1'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_2(y) dy \cdot e^{\lambda_n a} e^{-\lambda_n x}. \quad (76)$$

Сложим (75) и (76):

$$f_2(x) = \sum_{n=\dots-2,0,2,4,\dots} \frac{\gamma_1(\lambda_n)}{2\alpha_1'(\lambda_n)} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_2(y) dy [e^{\lambda_n x} + e^{\lambda_n a} \cdot e^{-\lambda_n x}], \quad (77)$$

что дает разложение функции $f_2(x)$ в ряд по функциям $X_n(x)$, где $n = \dots -4, -2, 0, 2, 4, \dots$. Заменяем в выражениях (73) и (77) функции α, β, γ их выражениями из (68). Выражение (77) примет вид:

$$f_2(x) = \sum_{n=\dots-2,0,2,4,\dots} \frac{1}{2a} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_2(y) dy X_n(x); \quad (78)$$

аналогично получим:

$$f_1(x) = \sum_{n=\dots-3,-1,1,3,\dots} \frac{1}{2a} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f_1(y) dy X_n(x). \quad (79)$$

Таким образом, в разложении (25), в случае, если заданная функция $f(x)$ удовлетворяет условию (77) или (80), обращаются в ноль в первом случае все нечетные члены, во втором случае — все четные члены и нулевой член. Более общего вида функции $f(x)$ мы не рассматриваем.

12. Полагая функцию $f(x)$ непрерывной и имеющей m непрерывных производных, проинтегрируем по частям m раз коэффициент разложения (78) или (79):

$$\begin{aligned} \int_0^a e^{\lambda_n y} f(y) dy &= -\frac{1}{\lambda_n} [e^{-\lambda_n a} f(a) - f(0)] - \frac{1}{\lambda_n^2} [e^{-\lambda_n a} f'(a) - f'(0)] - \\ &- \dots - \frac{1}{\lambda_n^m} [e^{-\lambda_n a} f^{(m-1)}(a) - f^{(m-1)}(0)] + \frac{1}{\lambda_n^m} \int_0^a e^{-\lambda_n y} f^{(m)}(y) dy. \end{aligned}$$

Если для функции $f(y)$, кроме уже наложенных на нее ограничений потребовать, чтобы

$$f(a) = f(0) = f'(a) = f'(0) = \dots = f^{(m-1)}(a) = f^{(m-1)}(0) = 0,$$

то становится очевидным, что ряды (78) и (79) сходятся быстрее, чем

$$\sum_n \frac{1}{\lambda_n^m}.$$

13. Рассмотрим n -й член ряда (25):

$$\varphi_n(x, y, t) = e^{i\omega t} \frac{2b_n e^{-ikb}}{Y_n(b) - Y_n'(b)} Y_n(y) X_n(x),$$

так как

$$\max |X_n(x)| = M,$$

где M не зависит от n и

$$\max |Y_n(y)| \leq \max |Y_n(b)|,$$

то

$$|\varphi_n| \leq 2|b_n| \left| \frac{Y_n(b)}{Y_n(b) - Y_n'(b)} \right| M = 2|b_n| M \left| \frac{1}{1 - \frac{Y_n'(b)}{Y_n(b)}} \right|;$$

но

$$\frac{Y_n'(b)}{Y_n(b)} = \nu_n \frac{e^{2\nu_n b} - e^\eta}{e^{2\nu_n b} + e^\eta} < \nu_n N,$$

где N не зависит от n , так как величина дроби, входящей в состав правой части, остается ограниченной. Следовательно,

$$|\varphi_n| < 2M|b_n| \frac{1}{|1 - \nu_n N|}.$$

Таким образом, если потребовать для b_n порядка не ниже $\frac{1}{\lambda_n^3}$, то ряд (25) можно дважды почленно продифференцировать.

М. А. САПОЖКОВ

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗВУКОПОГЛОЩЕНИЯ НИШ
РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Нашей задачей было найти методы определения коэффициента поглощения ниш различной формы и зависимость коэффициентов поглощения от размеров ниш, частоты колебаний и свойств материалов, употребляемых для облицовки стенок этих ниш. В связи с этим было необходимо сравнить коэффициент поглощения ниши, облицованной поглощающим материалом, с коэффициентом поглощения того же материала, находящегося на обычной стене, и тем самым определить относительную эффективность поглощения ниши.

Эта задача выполнена в следующем объеме: определены все данные для нахождения коэффициентов поглощения ниш, имеющих форму параллелепипеда и трапециoidalной канавки, сделаны общие выводы о поглощении ниш различной формы и, наконец, для одного случая проделаны практические подсчеты эффективности ниши.

При всех своих выводах мы исключили возможность затухания звуковых волн из-за рассеяния их, так как учет этого затухания сильно усложняет все выводы, не внося при низких и средних частотах существенных изменений в окончательные данные.

Кроме того, мы предположили частичное отсутствие эффекта краев (для падающей на нишу волны).

При всем анализе мы считаем заданным сопротивление на поглощающих границах, распределение амплитуд и фаз по фронту падающей волны и форму волны, выходящей из ниши.

I. Анализ поглощательной эффективности ниши
в форме параллелепипеда

Рассмотрим процессы в нише и определим ее поглощательную способность по отношению к внешним волнам, падающим на отверстие этой ниши и тем самым возбуждающим ее. Для упрощения анализа допустим отсутствие явления дифракции звуковых волн, падающих на отверстие ниши и смежную с ней отражающую поверхность. При этом допущении весь процесс в нише и процесс отражения внешних волн от отверстия ее обрисовывается следующим образом. На отверстие ниши падает плоская звуковая волна $P_0 e^{i\omega t}$, целиком проникающая внутрь ниши, так как фронт волны, входящей в нишу, возможно считать плоским. Эта волна, частично отражаясь от дна ниши, идет к отверстию ее и там вновь испытывает частичное отражение из-за явления расхождения волны при выходе из ниши. В результате повторных отражений в нише образуются две бегущие волны — одна в направлении от отверстия ниши к дну ее, другая — в противоположном направлении. Часть последней при падении

волны на отверстие ниши проходит во внешнее пространство и представляет кажущуюся отраженную от отверстия ниши внешнюю волну. Очевидно, что отношение давления этой, проходящей во внешнее пространство, волны к давлению волны, падающей на отверстие ниши, дает кажущийся коэффициент отражения волн от отверстия ниши, а отношение этого коэффициента к коэффициенту отражения звука поглощающего материала дна ниши — отражательную эффективность ниши.

Можно заранее сказать, что чем колебания в нише будут интенсивнее, тем отражательная эффективность ее будет больше, так как выходящая из ниши волна будет иметь большую интенсивность.

Возьмем нишу с длиной l_1 , шириной l_2 и глубиной l_3 и расположим координатную систему так, чтобы центр ее находился в одном из углов на дне ниши, ось x располагалась по длине, ось y по ширине и ось z по глубине ниши.

Имеем уравнение

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (1)$$

и ищем решение его в форме

$$\varphi = X(x) Y(y) Z(z) e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Подставляя в исходное уравнение, получим

$$-\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z}.$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} X'' + k_1^2 X &= 0, \\ Y'' + k_2^2 Y &= 0, \\ Z'' + k_3^2 Z &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (4)$$

Полагая

$$\begin{aligned} ck_1 &= m_1, \\ ck_2 &= m_2, \\ ck_3 &= m_3, \end{aligned}$$

получим

$$m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = \omega^2. \quad (5)$$

Решения уравнений (3) при учете этих соотношений имеют вид:

$$\begin{aligned} X &= A_1 e^{im_1 \frac{x}{c}} + A_2 e^{-im_1 \frac{x}{c}}, \\ Y &= B_1 e^{im_2 \frac{y}{c}} + B_2 e^{-im_2 \frac{y}{c}}, \\ Z &= C_1 e^{im_3 \frac{z}{c}} + C_2 e^{-im_3 \frac{z}{c}}. \end{aligned}$$

Подставляя их в уравнение (2) и заменяя $A_1 B_1$ через A , $\frac{A_2}{A_1}$ через B , $\frac{B_2}{B_1}$ через C и $\frac{C_2}{C_1}$ через D , получим

$$\varphi = A e^{i\omega t} \left(e^{im_1 \frac{x}{c}} + B e^{-im_1 \frac{x}{c}} \right) \left(e^{im_2 \frac{y}{c}} + C e^{-im_2 \frac{y}{c}} \right) \left(e^{im_3 \frac{z}{c}} + D e^{-im_3 \frac{z}{c}} \right) \quad (6)$$

Определим постоянные этого решения, используя для этого типичные условия на границах:¹

на границе $x=0$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{x=0} - Z_1' \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (7)$$

на границе $x=l_1$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{x=l_1} + Z_1' \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=l_1} = 0. \quad (8)$$

Соответственно на границе $y=0$ имеем

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{y=0} - Z_2' \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad (9)$$

а на границе $y=l_2$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{y=l_2} + Z_2' \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=l_2} = 0 \quad (10)$$

и, наконец, на границе $z=0$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{z=0} - Z_0' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (11)$$

и на границе $z=l_3$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{z=l_3} + Z_k' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=l_3} = \left(1 + \frac{Z_k}{\rho c}\right) P(x, y) e^{i\omega t}, \quad (12)$$

где Z_1' и Z_2' — сопротивления на боковых поверхностях ниши,

Z_0' — сопротивление на дне ниши,

Z_k' — сопротивление у отверстия ниши, создающееся из-за расхождения выходящих из ниш волн,

$P(x, y)$ — амплитуды звуковых давлений в различных точках фронта волны, падающей на отверстие ниши.

Применяя к (6) условие (7), получим

$$B = \frac{\frac{m_1}{\omega} Z_1' - \rho c}{\frac{m_1}{\omega} Z_1' + \rho c} \quad (13)$$

или, заменяя Z_1' согласно равенству $Z_1' = \frac{\omega}{m_1} Z_1^2$, где Z_1 — акустическое сопротивление на соответствующей границе для звуковых волн, имеющих

¹ См. приложение 3, формулы (32) и (37).

² См. приложение 1, формула (5).

фазовую скорость, равную скорости распространения звука, а частоту колебаний, равную m_1 , находим

$$B = \frac{Z_1 - \rho c}{Z_1 + \rho c} = e^{-\beta_1 + i\gamma_1} = \bar{\alpha}_1 = \alpha_1 e^{i\delta_1} \quad (14)$$

Если $Z_1 = w_1 + iq_1$, то

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{(w_1 + \rho c)^2 + q_1^2}{(w_1 - \rho c)^2 + q_1^2} = -\ln \alpha_1, \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{2q_1 \rho c}{(w_1 - \rho c)(w_1 + \rho c) + q_1^2} = \operatorname{tg} \delta_1.$$

Условие (8) дает уравнение для определения постоянной

$$e^{2m_1 \frac{l_1}{c}} \left(\frac{\frac{m_1}{\omega} Z_1' - \rho c}{\frac{m_1}{\omega} Z_1' + \rho c} \right)^2 = \left(\frac{Z_1 - \rho c}{Z_1 + \rho c} \right)^2 = e^{-2\beta_1 + i2\gamma_1}, \quad (16)$$

откуда получаем

$$m_1 = i \frac{c}{l_1} [\beta_1 - i(\gamma_1 + n_1 \pi)]; \quad (17)$$

если положить $m_1 = \omega_1 + i\delta_1$, то

$$\delta_1 = \frac{c}{l_1} \beta_1$$

и

$$\omega_1 = \frac{c}{l_1} (\gamma_1 + n_1 \pi). \quad (18)$$

Точно так же применение условий (9) и (10) дает

$$C = \frac{\frac{m_2}{\omega} Z_2' - \rho c}{\frac{m_2}{\omega} Z_2' + \rho c} = \frac{Z_2 - \rho c}{Z_2 + \rho c} = e^{-\beta_2 + i\gamma_2} = \bar{\alpha}_2 = \alpha_2 e^{i\delta_2}, \quad (19)$$

где Z_2 — акустическое сопротивление, подобное Z_1 ;

$$\beta_2 = \frac{1}{2} \ln \frac{(w_2 + \rho c)^2 + q_2^2}{(w_2 - \rho c)^2 + q_2^2} = -\ln \alpha_2, \quad (20)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{2q_2 \rho c}{(w_2 - \rho c)(w_2 + \rho c) + q_2^2}, \quad (21)$$

где

$$\delta_2 = \frac{c}{l_2} \beta_2, \quad (22)$$

$$\omega_2 = \frac{c}{l_2} (\gamma_2 + n_2 \pi).$$

Наконец, применение условия (11) приводит нас к следующему выражению:

$$D = \frac{\frac{m_3}{\omega} Z_0' - \rho c}{\frac{m_3}{\omega} Z_0' + \rho c} = \frac{Z_0 - \rho c}{Z_0 + \rho c} = e^{-\beta_0 + i\gamma_0} = \bar{\alpha}_0 = \alpha_0 e^{i\delta_0}, \quad (23)$$

¹ См. приложение 2, формула (27).

где Z_0 — акустическое сопротивление на дне ниши, подобное Z_1 ,

$$\beta_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{(w_0 + \rho c)^2 + q_0^2}{(w_0 - \rho c)^2 + q_0^2} = -\ln \alpha_0, \quad (24)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{2q_0 \rho c}{(w_0 - \rho c)(w_0 + \rho c) + q_0^2} = \operatorname{tg} \delta_0.$$

Из выражений (17) и (21) следует, что по длине и ширине ниши колебания происходят на частотах, равных собственным частотам по этим направлениям; частота же колебаний по глубине ниши определится из уравнения (5). А именно, полагая

$$m_3 = \omega_3 - i\delta_3^1$$

и подставляя его в уравнение (5), получаем:

$$\omega_3^2 - \delta_3^2 = \omega^2 - (\omega_1^2 - \delta_1^2) - (\omega_2^2 - \delta_2^2), \quad (25)$$

$$\omega_3 \delta_3 = \omega_1 \delta_1 + \omega_2 \delta_2,$$

откуда, решая эти уравнения относительно ω_3 и δ_3 , находим:

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega^2 + \sqrt{(\delta_1^2 + \delta_2^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega^2)^2 + 4(\omega_1 \delta_1 + \omega_2 \delta_2)^2}}{2}} \quad (26)$$

и

$$\delta_3 = \frac{\omega_1 \delta_1 + \omega_2 \delta_2}{\omega_3}. \quad (27)$$

Из данных выражений мы можем узнать, что ω_3 при увеличении вынужденной частоты увеличивается, стремясь к ней при больших значениях ее. Заметим, что когда $\omega = 0$, то $\omega_3 > 0$, а изменение δ_3 будет обратным по отношению к изменению ω_3 .

При учете (14), (19) и (23) наше решение (6) получит следующий вид

$$\varphi = e^{i\omega t} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} A_{n_1 n_2} e^{-\beta_1/2 + i\gamma_1/2 - i\beta_2/2 + i\gamma_2/2} \times \times \cos \left[m_1 \frac{x}{c} - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2} \right] \cos \left[m_2 \frac{y}{c} - \frac{\gamma_2 + i\beta_2}{2} \right] \left[e^{im_3 \frac{z}{c}} + e^{-\beta_0 + i\gamma_0} e^{-im_3 \frac{z}{c}} \right]. \quad (28)$$

Определим постоянную $A_{n_1 n_2}$, пользуясь условием (12). Применяя это условие к (28), получим:

$$\sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} A_{n_1 n_2} e^{-\frac{\beta_1 + i\gamma_1}{2}} e^{-\frac{\beta_2 + i\gamma_2}{2}} \cos \left[m_1 \frac{x}{c} - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2} \right] \times \times \cos \left[m_2 \frac{y}{c} - \frac{\gamma_2 + i\beta_2}{2} \right] e^{im_3 \frac{z}{c}} \left[1 - e^{-\beta_0 + i\gamma_0} e^{-i2m_3 \frac{z}{c}} \right] = \frac{P(x, y)}{i\omega \rho}. \quad (29)$$

¹ По оси z в нишу поступает энергия, а потому показатель затухания должен иметь отрицательный знак.

Данное выражение представляет ряд, подобный рядам Фурье по косинусам, но с одним существенным отличием от них: аргументы косинусов — комплексные величины. Анализ подобных рядов, проведенный В. А. Цикуновым, дает для коэффициента A_{n_1, n_2} следующее выражение:

$$A_{n_1, n_2} = \frac{e^{-im_3 \frac{l_3}{c}} e^{\frac{\beta_1 - i\gamma_1}{2}} e^{\frac{\beta_2 - i\gamma_2}{2}}}{i\omega\rho \left(1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}\right)} \frac{1}{l_1 l_2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} e^{-im_1 \frac{x}{c}} e^{-im_2 \frac{y}{c}} P(x, y) dx dy; \quad (30)$$

заменяя

$$\frac{e^{\frac{\beta_1 - i\gamma_1}{2}} e^{\frac{\beta_2 - i\gamma_2}{2}}}{l_1 l_2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} e^{-im_1 \frac{x}{c}} e^{-im_2 \frac{y}{c}} p(x, y) dx dy = p_{n_1, n_2} \quad (31)$$

получим

$$A_{n_1, n_2} = \frac{P_{n_1, n_2}}{i\omega\rho} \frac{e^{-im_3 \frac{l_3}{c}}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}}. \quad (32)$$

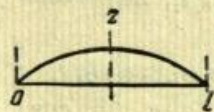
Окончательный вид основного выражения (6), определяющего потенциал скорости внутри ниши, после подстановки в него значения коэффициента A_{n_1, n_2} получаем в следующей форме:

$$\varphi = e^{i\omega t} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \frac{P_{n_1, n_2}}{i\omega\rho} \frac{e^{-im_3 \frac{l_3}{c}}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}} \cos \left[m_1 \frac{x}{c} - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2} \right] \times \\ \times \cos \left[m_2 \frac{y}{c} - \frac{\gamma_2 + i\beta_2}{2} \right] \left[e^{im_3 \frac{x}{c}} + e^{-\beta_0 + i\gamma_0} \cdot e^{-im_3 \frac{x}{c}} \right], \quad (33)$$

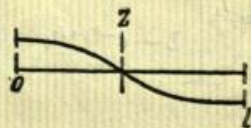
а в частном случае, когда все P_{n_1, n_2} , кроме одного, равны нулю:

$$\varphi_{n_1, n_2} = \frac{P_{n_1, n_2}}{i\omega\rho} \frac{e^{-im_3 \frac{l_3}{c}}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}} \cos \left[m_1 \frac{x}{c} - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2} \right] \times \\ \times \cos \left[m_2 \frac{y}{c} - \frac{\gamma_2 + i\beta_2}{2} \right] \left[e^{im_3 \frac{x}{c}} + e^{-\beta_0 + i\gamma_0} e^{-im_3 \frac{x}{c}} \right] e^{i\omega t}. \quad (34)$$

¹ При симметрии $p(x, b)$ и $p(a, y)$ относительно оси z типа



n_1 и n_2 должны быть только четными. При симметрии типа



только нечетными. Если по x первый тип симметрии, а по y второй, то n_1 — четное, n_2 — нечетное и т. п.

Определим кажущийся коэффициент отражения внешних волн от отверстия ниши.¹

Так как

$$\bar{\alpha}_x = \frac{1}{2P} e^{i\omega t} \left[\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - Z_k' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=l_3} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Z_k'}{\rho c} \right),$$

то искомый коэффициент отражения будет равен:

$$\bar{\alpha}_x = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \frac{P_{n_1, n_2}}{P(x, y)} \frac{\bar{\alpha}_0 (1 + \bar{\alpha}_k) e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}} \times \\ \times \cos \left[m_1 \frac{x}{c} - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2} \right] \cos \left[m_2 \frac{y}{c} - \frac{\gamma_2 + i\beta_2}{2} \right]. \quad (35)$$

Если все P_{n_1, n_2} , кроме одного, равного P_0 , равны нулю, т. е. при

$$P(x, y) = P_0 \cos \left[m_1 \frac{x}{c} - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2} \right] \cos \left[m_2 \frac{y}{c} - \frac{\gamma_2 + i\beta_2}{2} \right],$$

то коэффициент отражения будет иметь следующий вид:

$$\bar{\alpha}_{x, n_1, n_2} = \frac{(1 + \bar{\alpha}_k) \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 e^{-i2m_3 \frac{l_3}{c}}} = \alpha_{x, n_1, n_2} e^{i\vartheta_{x, n_1, n_2}}, \quad (36)$$

где

$$\alpha_{x, n_1, n_2} = \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}} \sqrt{\frac{1 + \alpha_k^2 + 2\alpha_k \cos \vartheta_k}{1 + \alpha_k^2 \alpha_0^2 e^{-i\delta_3 \frac{l_3}{c}} - 2\alpha_k \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}} \cos (\vartheta_k + \vartheta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c})}} \quad (37)$$

и

$$\operatorname{tg} \vartheta_{x, n_1, n_2} = \\ = \frac{\sin (\vartheta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}) + \alpha_k \sin (\vartheta_k + \vartheta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}) + \alpha_k \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}} \sin \vartheta_k}{\cos (\vartheta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}) + \alpha_k \cos (\vartheta_k + \vartheta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}) - \alpha_k \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}} \cos \vartheta_k - \alpha_k^2 \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}}}. \quad (38)$$

Исследуем модуль коэффициента отражения.

Из общей теории излучения звука отверстием трубы известно, что коэффициент отражения внутренних волн давления от отверстия трубы приближенно связан со сдвигом фаз при отражении их следующим соотношением:²

$$\alpha_k \approx -\cos \vartheta_k.$$

Следовательно

$$\alpha_{x, n_1, n_2} \approx \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}} \sqrt{\frac{1 - \alpha_k^2}{1 + \alpha_k \alpha_0 e^{-i\delta_3 \frac{l_3}{c}} - 2\alpha_k \alpha_0 e^{-2\delta_3 \frac{l_3}{c}} \cos (\vartheta_k + \vartheta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c})}}. \quad (39)$$

¹ См. приложение 4, формула (40).

² Если считать, что отверстие ниши излучает подобно открытому концу трубы.

Если изменять вынужденную частоту, то вместе с ней будут изменяться ω_3 и δ_3 . В результате изменения ω_3 аргумент косинуса

$$\delta_k + \delta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}$$

также изменяется, и поэтому косинус периодически принимает значения ± 1 , а вследствие этого коэффициент отражения также периодически изменяется. В частности, при

$$\cos\left(\delta_k + \delta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}\right) = 1,$$

т. е. при

$$\omega_3 = \frac{c}{l_3} \left(\frac{\delta_k + \delta_0}{2} + m\pi \right),$$

коэффициент отражения равен:

$$\alpha_{x_{n_1}, n_2} = \alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}} \frac{\sqrt{1 - \alpha_k^2}}{1 - \alpha_k \alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}}}, \quad (40)$$

а при

$$\cos\left(\delta_k + \delta_0 - 2\omega_3 \frac{l_3}{c}\right) = -1,$$

т. е. при

$$\omega_3 = \frac{c}{l_3} \left(\frac{\delta_k + \delta_0}{2} + \frac{2m+1}{4} \pi \right)$$

$$\alpha_{x_{n_1}, n_2} = \alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}} \frac{\sqrt{1 - \alpha_k^2}}{1 + \alpha_k \alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}}}. \quad (41)$$

Таким образом, среднее значение коэффициента отражения будет равно:

$$\alpha_{x_{n_1}, n_2} = \alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}} \sqrt{\frac{1 - \alpha_k^2}{1 - \alpha_k^2 \alpha_0^2 e^{-\frac{4\delta_3 l_3}{c}}}}. \quad (42)$$

Из последнего выражения нетрудно видеть, что подкоренная величина меньше или по крайней мере равна единице, поэтому в первом приближении возможно считать, что исследуемый коэффициент отражения меньше или равен:

$$\alpha_{x_{n_1}, n_2} \leq \alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}}. \quad (43)$$

Следующим приближением будет выражение (42) и, наконец, точное выражение его может быть определено из (37). Исследуем их последовательно.

Из выражения (43) получаем, что относительная эффективность ниши по отношению к коэффициенту отражения материала на дне ниши равна:

$$\frac{\alpha_{x_{n_1}, n_2}}{\alpha_0} = e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}}. \quad (44)$$

Следовательно, во всех практических случаях ниша поглощает сильнее, чем материал на дне ее, по крайней мере в $e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}}$ раз.

А так как δ_3 с уменьшением вынужденной частоты увеличивается, то относительная эффективность отражения ниши для низких частот меньше, чем для высоких. Кроме того, увеличение глубины ниши приводит к большому поглощению ею звуковых колебаний.

Что же касается зависимости относительной эффективности отражения от порядка n_1 и n_2 составляющих по x и y , то с увеличением n_1 и n_2 ω_3 уменьшается, а δ_3 увеличивается; поэтому высшие составляющие затухают быстрее, чем низшие. Таким образом, если на нишу падает волна, имеющая сложный закон распределения амплитуд по фронту ее, то отражается волна, имеющая закон распределения амплитуд по фронту ее в форме элементарных стоячих волн.

Из выражения (42) имеем, что увеличение δ_3 и уменьшение α_0 приводит к еще меньшей эффективности отражения, чем определяемой по формуле (43). Кроме того, на уменьшении этой эффективности сказывается и увеличение коэффициента отражения внутренних волн от отверстия ниши. Увеличение же этого коэффициента связано с уменьшением частоты ω_3 , т. е. с уменьшением вынужденной частоты поперечных размеров ниши. Следовательно, и в этом приближении отражательная эффективность ниши для низких частот будет меньше, чем для высоких. Так как коэффициент отражения $\alpha_{x_{n_1}, n_2}$ изменяется по некоторому периодическому закону и в частности при так называемых антирезонансных частотах по глубине ниши принимает значения, близкие к максимальным, то найдем, при каких условиях это максимальное значение его будет все же меньше, чем коэффициент отражения материала на дне ниши. Из (40) получаем, что при небольших значениях α_0 и α_k максимальное значение $\alpha_{x_{n_1}, n_2}$ будет меньше α_0 , если только

$$\alpha_k > 2\alpha_0 e^{-\frac{2\delta_3 l_3}{c}},$$

что возможно при сильном заглушении дна ниши, большом l_3 и большим δ_3 .

Наконец, для точной формулы $\alpha_{x_{n_1}, n_2}$ ниже мы приводим расчетные данные для двух конкретных случаев и там же для сравнения приводятся и данные, вычисленные по приближенным формулам.

I случай. Ниша глубиной 8 м, шириной 4 м и длиной 6 м имеет на стенках и дне поглощающий материал в виде минеральной шерсти ($\alpha_{f61} = 0.2$, $\alpha_{f128} = 0.38$, $\alpha_{f512} = 0.65$ и $\alpha_{f2048} = 0.78$, где α_{fj} коэффициент поглощения силы звука).

II случай. Ниша глубиной 4 м, шириной 2 м и длиной 3 м имеет на стенках и дне минеральную шерсть.

f Гц	I случай				II случай			
	64	128	512	2048	64	128	512	2048

Отражательная эффективность ниши

1-е приближение	0.930	0.93	0.958	0.984	0.865	0.866	0.92	0.97
2-е приближение	0.89	0.926	0.957	0.984	0.834	0.856	0.916	0.968
Точное значение	0.819	0.915	0.955	0.984	0.76	0.833	0.910	0.964

Коэффициент поглощения

Отверстие ниши	0.330	0.48	0.684	0.786	0.544	0.569	0.712	0.795
Минеральная шерсть	0.2	0.38	0.65	0.78	0.2	0.38	0.65	0.78

Выводы. Для получения большой эффективности поглощения ниша должна иметь относительно небольшие поперечные размеры, большую глубину и должна быть облицована сильно поглощающими материалами.

II. Анализ поглотительной эффективности ниши в форме трапециoidalной щели

Рассмотрим колебательные процессы в трапециoidalной щели и определим коэффициент отражения звука от отверстия подобной ниши. Выберем сложную трапециoidalную щель с углом ψ_0 между сторонами ее, начальным радиусом r_0 и большим радиусом R и расположим координатную систему так, чтобы полюс ее был на пересечении боковых сторон щели.

Имеем уравнение:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}. \quad (1)$$

Ищем решение его в форме:

$$\varphi = R(r) \Psi(\psi) e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Подставляя его в исходное уравнение, получим:

$$-\frac{\omega^2 r^2}{c^2} = r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} + \frac{\Psi''}{\Psi} \quad \text{или} \quad \frac{\Psi''}{\Psi} = -k^2 \quad \text{и} \quad r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} = k^2 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2},$$

где $k = \frac{m_1 r}{c}$.

Отсюда находим:

$$\Psi'' + k^2 \Psi = 0 \quad (3)$$

$$R'' + \frac{1}{r} R' + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{k^2}{r^2} \right) R = 0.$$

Решения этих уравнений имеют следующую форму:

$$\Psi = A_1 e^{ik\psi} + A_2 e^{-ik\psi} \quad (4)$$

и

$$R = B_1 H_0^{(1)}\left(\frac{\omega r}{c}\right) + B_2 H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{c}\right). \quad (5)$$

Подставляя эти уравнения в решения (2) и заменяя $A_1 B_1$ через A , $\frac{A_2}{A_1}$ через B и $\frac{B_2}{B_1}$ через C , получим:

$$\varphi = A e^{i\omega t} (e^{ik\psi} + B e^{-ik\psi}) [H_0^{(1)}(x) + C H_0^{(2)}(x)], \quad (6)$$

где $x = \frac{\omega r}{c}$.

Определим постоянные данного решения, используя для этого типичные условия на границах.¹

На границе $\psi = 0$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{\psi=0} - \frac{Z_1'}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \Big|_{\psi=0} = 0, \quad (7)$$

на границе $\psi = \psi_0$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{\psi=\psi_0} + \frac{Z_1'}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \Big|_{\psi=\psi_0} = 0, \quad (8)$$

¹ См. приложение 8, формулы (32) и (37).

на границе $r = r_0$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{r=r_0} - Z_0' \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = 0, \quad (9)$$

на границе $r = R$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{r=R} + Z_k' \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=R} = \left(1 + \frac{Z_k'}{Z_{zk}'}\right) P(\psi) e^{i\omega t}, \quad (10)$$

где Z_1' — сопротивление на боковых границах ниши,

Z_0' — то же самое на дне ее,

Z_{zk}' — сопротивление для входящей волны,

Z_k' — сопротивление у отверстий ниши, вызываемое расхождением волн после выхода из ниши,

$P(\psi)$ — звуковые давления у отверстия ниши, создаваемые падающей на него волной.

Применяя к выражению (6) условие (7), получим:

$$B = \frac{\frac{ck}{\omega r} Z_1' - \rho c}{\frac{ck}{\omega r} Z_1' + \rho c} = \frac{\frac{m_1}{\omega} Z_1' - \rho c}{\frac{m_1}{\omega} Z_1' + \rho c} \quad (11)$$

или, заменяя согласно равенству¹

$$\frac{ck}{\omega r} Z_1' = \frac{m_1}{\omega} Z_1' = Z_1, \quad (12)$$

где Z_1 — сопротивление на боковых поверхностях при равенстве частот колебаний во времени и в пространстве, получим:

$$B = \frac{Z_1 - \rho c}{Z_1 + \rho c} = e^{-\beta_1 + i\gamma_1} = \bar{\alpha}_1 = \alpha_1 e^{i\theta_1}, \quad (13)$$

где β_1 , γ_1 , α_1 и θ_1 определяются по формулам (15) предыдущего раздела. Условие (8) дает следующее уравнение:

$$e^{i2k\psi_0} = \left(\frac{Z_1 - \rho c}{Z_1 + \rho c}\right)^2 = e^{-2\beta_1 + i2\gamma_1}, \quad (14)$$

откуда получаем

$$k = i \frac{[\beta_1 - i(\gamma_1 + n_1 \pi)]}{\psi_0}. \quad (15)$$

Если положить

$$m_1 = \omega_1 + i\delta_1, \quad (16)$$

то

$$\delta_1 = \frac{c}{r\psi_0} \beta_1, \quad (17)$$

$$\omega_1 = \frac{c}{r\psi_0} (\gamma_1 + n_1 \pi).$$

Соответственно, применение условия (9) приводит нас к следующему:

$$C = \frac{\frac{\partial H_0^{(2)}(x_0)}{\partial x} Z_{01}' - \rho c}{\frac{\partial H_0^{(1)}(x_0)}{\partial x} Z_{02}' + \rho c} = \frac{\frac{\partial H_0^{(2)}(x_0)}{\partial x} Z_0 - \rho c}{\frac{\partial H_0^{(1)}(x_0)}{\partial x} Z_0 + \rho c}, \quad (18)$$

¹ См. приложение 1, формула (10).

¹ См. приложение 2, формула (27).

² См. приложение 2, формула (21).

где $x_0 = \frac{\omega r_0}{c}$,

$$\begin{aligned} Z_{01}' &= Z_0 \frac{H_0^{(2)}(x_0) \frac{\partial H_0^{(2)}(x_0)}{\partial x}}{H_0^{(2)}(x_0) \frac{\partial H^{(2)}(x_0)}{\partial x}}, \\ Z_{02}' &= Z_0 \frac{H_0^{(1)}(x_0) \frac{\partial H_0^{(1)}(x_0)}{\partial x}}{H_0^{(1)}(x_0) \frac{\partial H_0^{(1)}(x_0)}{\partial x}} \end{aligned} \quad (19)$$

и Z_0 — акустическое сопротивление, подобное Z_1 . Теперь получим:

$$C = \frac{Z_0 - Z_{x_0}}{Z_0 + Z_{x_0}} = e^{-\beta_0 + i\gamma_0} = \alpha_0 = \alpha_0 e^{i\beta_0}. \quad (20)$$

При учете (13) и (20) решение (1) примет следующую форму:

$$\varphi = e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{\frac{-\beta_1 + i\gamma_1}{2}} \cos\left(k_n \psi - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2}\right) [H_k^{(1)}(x) + e^{-\beta_0 + i\gamma_0} H_k^{(2)}(x)]. \quad (21)$$

Определим постоянную A_n , пользуясь условием (10). Так как

$$\begin{aligned} Z_{xk} &= \rho c \frac{iH_0^{(2)}(x_k)}{\frac{\partial H_0^{(2)}(x_k)}{\partial x}}, \\ x_k &= \frac{\omega R}{c}, \end{aligned}$$

то, применяя к (21) условие (10), получим:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{\frac{-\beta_1 + i\gamma_1}{2}} \cos\left(k_n \psi - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2}\right) \times \\ \times H_k^{(1)}(x_k) \left[1 - e^{-\beta_0 + i\gamma_0} e^{-\beta_k + i\gamma_k} \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}\right] = \frac{P(\psi)}{i\omega\rho}, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$e^{-\beta_k + i\gamma_k} = \bar{\alpha}_k = \frac{\frac{\partial H_0^{(2)}(x_k)}{\partial x} Z_k - \rho c}{\frac{\partial H_0^{(2)}(x_k)}{\partial x} Z_k + \rho c}. \quad (23)$$

Данное выражение (22) представляет ряд, подобный рядам Фурье по косинусам, но с существенным отличием: аргументы косинусов — комплексные величины. Анализ подобных рядов, проделанный В. А. Цикунным, дает для коэффициента A_n следующее выражение:

$$A_n = \frac{e^{\frac{\beta_1 - i\gamma_1}{2}}}{i\omega\rho H_k^{(1)}(x_k) \left[1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}\right]} \cdot \frac{1}{\psi_0} \int_0^{\psi_0} e^{-ik\psi} \cdot P(\psi) d\psi. \quad (24)$$

¹ См. приложение 1, формула (20).

Заменяя:

$$\frac{e^{\frac{\beta_1 - i\gamma_1}{2}}}{\psi_0} \int_0^{\psi_0} e^{-ik\psi} P(\psi) d\psi = P_n, \quad (25)$$

получим

$$A_n = \frac{P_n}{i\omega\rho H_k^{(1)}(x_k) \left[1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}\right]}, \quad (26)$$

Окончательный вид основного выражения (21) получаем в следующей форме:

$$\begin{aligned} \varphi = e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{P_n}{i\omega\rho H_k^{(1)}(x_k) \left[1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}\right]} \times \\ \times \cos\left(k_n \psi - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2}\right) [H_k^{(1)}(x_k) + e^{-\beta_0 + i\gamma_0} H_k^{(2)}(x_k)], \end{aligned} \quad (27)$$

а в частном случае, когда все P_n , кроме одного, равны нулю, имеем:

$$\begin{aligned} \psi = e^{i\omega t} \frac{P_n}{i\omega\rho H_k^{(1)}(x_k) \left(1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}\right)} \times \\ \times \cos\left(k_n \psi - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2}\right) [H_k^{(1)}(x) + e^{-\beta_0 + i\gamma_0} H_k^{(2)}(x)]. \end{aligned} \quad (28)$$

Определим кажущийся коэффициент отражения внешних волн давления от отверстия ниши.¹

Искомый коэффициент отражения может быть найден из выражения:

$$\bar{\alpha}_x = \frac{1}{2P_0 e^{i\omega t}} \left[\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - Z_k \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right]_{r=R} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Z_k'}{Z_k}\right), \quad (29)$$

а именно:

$$\bar{\alpha}_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{P_n H_k^{(2)}(x_k)}{P(\psi) H_k^{(1)}(x_k)} \frac{\bar{\alpha}_0 (1 + \bar{\alpha}_k)}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}} \cos\left(k_n \psi - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2}\right). \quad (30)$$

Если все P_n , кроме одного, равного P_0 , равны нулю, т. е. при

$$P(\psi) = P_0 \cos\left(k_n \psi - \frac{\gamma_1 + i\beta_1}{2}\right),$$

то коэффициент отражения будет иметь следующий вид:

$$\bar{\alpha}_{xn} = \frac{(1 + \bar{\alpha}_k) \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}} = \alpha_{xn} e^{i\beta_{xn}}. \quad (31)$$

Исследуем коэффициент отражения. В первом приближении положим $\bar{\alpha}_k = 0$. В этом случае коэффициент отражения будет равен:

$$\bar{\alpha}_{xn} = \bar{\alpha}_0 \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)}, \quad (32)$$

¹ См. приложение 4, формула (37).

где

$$k = \frac{\gamma_1 + n\pi + i\beta_1}{\psi_0}, \quad (33)$$

$$x_k = \frac{\omega R}{c}. \quad (34)$$

Для интересующего нас модуля коэффициента отражения имеем следующее выражение:

$$\alpha_{xn} = \alpha_0 \left| \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)} \right|. \quad (35)$$

Так как асимптотическое представление функций Ганкеля при больших значениях аргумента имеет вид:

$$H_k^{(1)}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \frac{e^{i(x - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}}{\Gamma(k + \frac{1}{2})} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \binom{k - \frac{1}{2}}{m} \Gamma(k + \frac{1}{2} + m) \left(\frac{i}{2x}\right)^m + O[|x|^{-p}] \right], \quad (36)$$

$$H_k^{(2)}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \frac{e^{-i(x - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}}{\Gamma(k + \frac{1}{2})} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \binom{k - \frac{1}{2}}{m} \Gamma(k + \frac{1}{2} + m) \left(\frac{i}{2x}\right)^m + O[|x|^{-p}] \right], \quad (37)$$

то с технической точностью возможно считать, что

$$H_k^{(1)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{i(x - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4})} \quad (38)$$

и

$$H_k^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-i(x - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}. \quad (39)$$

Следовательно, отношение этих функций будет выражаться следующим образом:

$$\frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)} \approx e^{-i(2x_k - k\pi - \frac{\pi}{2})}. \quad (40)$$

Модуль этого отношения равен:

$$\left| \frac{H_k^{(2)}(x_k)}{H_k^{(1)}(x_k)} \right| = e^{-\frac{\beta_1}{\psi_0}}. \quad (41)$$

Из этого выражения следует, что с увеличением коэффициента поглощения материала на боковых стенках ниши и с уменьшением угла между стенками эффективность отражения уменьшается.

Кроме того, при увеличении аргумента x_k и индекса k отношение функций Ганкеля быстрее стремится к асимптотическому выражению их. Поэтому при увеличении глубины ниши эффективность ниши увеличивается, и притом высшие составляющие затухают быстрее, чем низшие.

Точная формула (31) приводит в основном к тем же выводам с добавлением о влиянии коэффициента отражения внутренних волн от отверстия ниши. Это влияние сводится к еще большему увеличению эффективности поглощения ниши.

Заключение. В результате анализа двух типов ниш мы получили аналогичные результаты для коэффициентов отражения звуковых волн давления от отверстия ниши. Нетрудно показать, что и во всех других

случаях выражение для этого коэффициента отражения будет иметь ту же форму, а именно:

$$\bar{\alpha}_{x_{n_1 n_2}} = \bar{\alpha}_0 \frac{1 + \bar{\alpha}_k \frac{f_{n_1 n_2}^{(2)}(x_k)}{f_{n_1 n_2}^{(1)}(x_k)}}{1 - \bar{\alpha}_k \bar{\alpha}_0 \frac{f_{n_1 n_2}^{(2)}(x_k)}{f_{n_1 n_2}^{(1)}(x_k)}} \quad (42)$$

где $f_{n_1 n_2}^{(1)}(x_k)$ и $f_{n_1 n_2}^{(2)}(x_k)$ соответствующие функции, аналогичные функциям e^{inx_k} и e^{-inx_k} .

Влияние размеров ниш во всех случаях сводится к следующему: увеличение глубины и уменьшение средней ширины и длины ниши приводит к уменьшению коэффициента отражения. С уменьшением частоты и порядка составляющих эффективность отражения также уменьшается.

(Определения акустических сопротивлений, коэффициентов поглощения и граничных условий помещены ниже в приложениях на стр. 64—68).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Из общей теории акустики известно, что акустическое сопротивление определяется из следующего отношения:

$$Z = \frac{\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}}{-\frac{\partial \varphi}{\partial n}}, \quad (1)$$

где n — направление распространения волны,
 φ — потенциал скорости,
 ρ — плотность среды.

а) Для плоской волны типа

$$\varphi = A e^{i\omega t} e^{\mp i\omega \frac{x}{c}} = A e^{i\omega \left(t \mp \frac{x}{c} \right)} \quad (2)$$

акустическое сопротивление равно ρc :

$$Z = \rho c. \quad (3)$$

Если же волна будет иметь форму:

$$\varphi = \left[A e^{\mp i m_2 \frac{y}{c}} e^{\mp i m_3 \frac{z}{c}} \right] e^{i\omega t} e^{\mp i m_1 \frac{x}{c}} = \Phi(y, z) e^{i\omega \left(t \mp \frac{x}{m_1 c} \right)}, \quad (4)$$

где m_1 , m_2 и m_3 — частоты колебаний по направлениям x , y и z , то акустическое сопротивление для нее определится следующим равенством:

$$Z' = \frac{\omega}{m_1} \rho c = \frac{\omega}{m_1} Z, \quad (5)$$

где Z — акустическое сопротивление для случая равенства частот во времени и в пространстве, т. е. для случая равенства фазовой скорости волны скорости распространения.

в) Для расходящейся шаровой волны обычного типа

$$\varphi_+ = \frac{A}{4\pi r} e^{i\omega t} e^{-i\omega \frac{r}{c}} = \frac{A}{4\pi r} e^{i\omega \left(t - \frac{r}{c} \right)} \quad (11)$$

акустическое сопротивление равно:

$$Z_+ = \rho c \frac{i \frac{\omega}{c} r}{1 + i \frac{\omega}{c} r}, \quad (12)$$

а для сходящейся волны

$$\varphi = \frac{A}{4\pi r} e^{i\omega \left(t + \frac{r}{c} \right)} \quad (13)$$

оно равно сопряженной величине

$$Z_- = \rho c \frac{i \frac{\omega}{c} r}{1 - i \frac{\omega}{c} r}. \quad (14)$$

В то же время для расходящейся волны, имеющей форму

$$\varphi_+ = \frac{A e^{\pm ik\psi}}{4\pi r} e^{i\omega t} e^{-i m_1 \frac{r}{c}} = \frac{\Phi(\psi)}{r} e^{i\omega \left(t - \frac{r}{m_1 c} \right)}, \quad (15)$$

акустическое сопротивление имеет вид:

$$Z_+ = \frac{\omega}{m_1} \rho c \frac{i \frac{m_1 r}{c}}{1 + i \frac{m_1 r}{c}} = \frac{\omega}{m_1} Z_+, \quad (16)$$

где Z_+ — акустическое сопротивление для случая фазовой скорости, равной скорости распространения волны.

Аналогично для сходящейся волны типа

$$\varphi_- = \frac{A e^{\pm ik\psi}}{4\pi r} e^{i\omega t} e^{i m_1 \frac{r}{c}} = \frac{\Phi(\psi)}{r} e^{i\omega \left(t + \frac{r}{m_1 c} \right)} \quad (17)$$

акустическое сопротивление равно:

$$Z_- = \frac{\omega}{m_1} \rho c \frac{i \frac{m_1 r}{c}}{1 - i \frac{m_1 r}{c}} = \frac{\omega}{m_1} Z_-, \quad (18)$$

где Z_- — акустическое сопротивление для сходящейся волны при $\omega = m_1$.

г) Наконец, для цилиндрической волны, идущей в положительном направлении

$$\varphi_+ = A H_0^{(2)}(x) e^{i\omega t}, \quad (19)$$

где

$$x = \frac{\omega r}{c},$$

$$H_0^{(2)}(x) = J_0(x) - i Y_0(x),$$

$J_0(x)$ — функция Бесселя 1-го рода, нулевого порядка,

$Y_0(x)$ — функция Бесселя 2-го рода, нулевого порядка,

$H_0^{(2)}(x)$ — функция Ганкеля 2-го рода, нулевого порядка,

акустическое сопротивление определяется из выражения:

$$Z_+ = \rho c \frac{H_0^{(2)}(x)}{i \frac{\partial H_0^{(2)}(x)}{\partial x}}, \quad (20)$$

а для волны, идущей в отрицательном направлении:

$$\varphi_- = A H_0^{(1)}(x) e^{i\omega t},$$

где

$H_0^{(1)}(x) = J_0(x) + iY_0(x)$ — функция Ганкеля первого рода, пологового порядка.

Акустическое сопротивление имеет вид:

$$Z_- = \rho c \frac{H_0^{(1)}(x)}{i \frac{\partial H_0^{(1)}(x)}{\partial x}} \quad (21)$$

В общем случае подобного типа, когда волна имеет форму:

$$\varphi_+ = [Ae^{-ik\psi}] H_k^{(2)}(x) e^{i\omega t} = \Phi(\psi) e^{i\omega t} H_k^{(2)}(x) \quad (22)$$

или

$$\varphi_- = [Ae^{-ik\psi}] H_k^{(1)}(x) e^{i\omega t} = \Phi(\psi) e^{i\omega t} H_k^{(1)}(x), \quad (23)$$

где

$H_k^{(1)}(x)$ — функция Ганкеля 1-го рода, k -го порядка,

$H_k^{(2)}(x)$ — то же самое 2-го рода, k -го порядка,

акустическое сопротивление определяется из соответствующих выражений:

$$Z_+' = \rho c \frac{H_0^{(2)}(x)}{i \frac{\partial H_0^{(2)}(x)}{\partial x}} \left[\frac{H_k^{(2)}(x)}{H_0^{(2)}(x)} \frac{\frac{\partial H_0^{(2)}(x)}{\partial x}}{\frac{\partial H_k^{(2)}(x)}{\partial x}} \right] = Z_+ \left[\frac{H_k^{(2)}(x)}{H_0^{(2)}(x)} \frac{\frac{\partial H_0^{(2)}(x)}{\partial x}}{\frac{\partial H_k^{(2)}(x)}{\partial x}} \right] \quad (24)$$

и

$$Z_-' = \rho c \frac{H_0^{(1)}(x)}{i \frac{\partial H_0^{(1)}(x)}{\partial x}} \left[\frac{H_k^{(1)}(x)}{H_0^{(1)}(x)} \frac{\frac{\partial H_0^{(1)}(x)}{\partial x}}{\frac{\partial H_k^{(1)}(x)}{\partial x}} \right] = Z_- \left[\frac{H_k^{(1)}(x)}{H_0^{(1)}(x)} \frac{\frac{\partial H_0^{(1)}(x)}{\partial x}}{\frac{\partial H_k^{(1)}(x)}{\partial x}} \right] \quad (25)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ

Из той же общей теории акустики известно, что коэффициент отражения плоских и кольцевых звуковых волн (давления) от границы, за которой акустическое сопротивление равно Z_2 , имеет следующее выражение:

$$\bar{\alpha} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad (26)$$

где Z_1 — акустическое сопротивление в первой среде равно ρc .

Если волна будет иметь форму, приведенную в формулах (4) и (9), то, считая, что за границей, вблизи ее, волна будет иметь ту же форму, получаем для коэффициента отражения подобной волны следующее выражение:

$$\bar{\alpha} = \frac{Z_2' - Z_1 \frac{\omega}{m_1}}{Z_2' + Z_1 \frac{\omega}{m_1}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{Z_2 - \rho c}{Z_2 + \rho c}, \quad (27)$$

где Z_2 — акустическое сопротивление для случая равенства фазовой скорости и скорости распространения звука.

Для волн, имеющих неодинаковые сопротивления для противоположных направлений (например, шаровые и цилиндрические волны), коэффициенты отражения равны:

для волн, идущих в отрицательном направлении,

$$\bar{\alpha}_- = \frac{Z_{0-} - Z_- Z_+}{Z_{0-} + Z_- Z_+} \quad (28)$$

и для волн, идущих в положительном направлении,

$$\bar{\alpha}_+ = \frac{Z_{0+} - Z_+ Z_-}{Z_{0+} + Z_+ Z_-}, \quad (29)$$

где Z_{0-} — акустическое сопротивление второй среды для волн, идущих в отрицательном направлении;

Z_{0+} — то же самое для волн, идущих в положительном направлении.

Для случая неравенства частот по пространству и во времени коэффициенты отражения соответственно равны:

$$\bar{\alpha}_- = \frac{Z_{0-}' - Z_- Z_+'}{Z_{0-}' + Z_- Z_+'} \quad (30)$$

и

$$\bar{\alpha}_+ = \frac{Z_{0+}' - Z_+ Z_-'}{Z_{0+}' + Z_+ Z_-'} \quad (31)$$

Нетрудно показать, что в этих случаях, подобно (27) и (26), коэффициенты отражения могут быть определены по формулам (28) и (29).

Для коэффициента поглощения силы звука имели следующую формулу:

$$\alpha_j = 1 - \alpha^2, \quad (26'')$$

где α — коэффициент отражения волн давления,
 α_j — коэффициент поглощения силы звука.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Для границ, через которые в нишу не поступает звуковых колебаний граничные условия должны иметь следующую форму:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \\ - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \end{aligned} \right|_{n=a} = Z, \quad (32)$$

где Z' — акустическое сопротивление второй среды для данного типа волны,

a — координата границы.

Для границы, излучающей колебания, т. е. для границы, через которую в нишу поступает звуковая энергия, граничное условие может быть получено следующим путем.

Пользуясь условием, что давления и скорости звуковых колебаний по обе стороны границы должны быть равны друг другу, мы можем написать два равенства:

равенство давлений

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{z=l} = (P_0 + P_x) e^{i\omega t} \quad (33)$$

и равенство скоростей

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=l} = (V_0 + V_x) e^{i\omega t}, \quad (34)$$

где P_0 и V_0 — амплитуды давления и скорости волны, падающей на нишу;

P_x и V_x — то же самое для волны, отраженной от ниши (включая и выходящую из нее);

z — направление распространения волны;

l — координата границы.

Если для волны, идущей в нишу, сопротивление на границе равно z_x' , а для волны, отраженной от нее, z_k' , т. е.

$$\frac{P_0}{-V_0} = z_k' \quad (35)$$

и

$$\frac{P_x}{V_x} = z_k' \quad (36)$$

то, учитывая (35) и (36) и складывая (33) и (34), получим:

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{z=l} + z_k' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=l} + \left(1 + \frac{z_k'}{z_x'}\right) P_0 e^{i\omega t}. \quad (37)$$

Для случая падения на нишу плоской волны, целиком проходящей в нишу, вместо z_x можем подставить ρc , а для цилиндрической и шаровой волн вместо $z_x : z_{k-}$, а вместо $z_k : z_{k+}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЩЕГО ВЫРАЖЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ОТ ОТВЕРСТИЯ НИШИ

Из (33) и (34) при вычитании из первого последнего, при учете (35) и (36), получаем:

$$P_x e^{i\omega t} = \frac{1}{2} \left[\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - Z_k' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=l} - \frac{P_0 e^{i\omega t}}{2} \left(1 - \frac{Z_k'}{Z_x'}\right), \quad (38)$$

а так как коэффициент отражения от ниши волн давления по определению равен

$$\bar{\alpha}_x = \frac{P_x}{P_0}, \quad (39)$$

то, следовательно, для данного случая мы имеем право написать следующее выражение:

$$\bar{\alpha}_x = \frac{1}{2P_0 e^{i\omega t}} \left[\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - Z_k' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=l} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Z_k'}{Z_x'}\right). \quad (40)$$

В конкретных случаях необходимо учитывать оговорки, приведенные в конце приложения 3.

¹ Знак минус у V_0 означает, что направление распространения волны противоположно принятому положительному направлению.

А. В. РИМСКИЙ-КОРСАКОВ и К. В. СТРУВЕ

ОБ ОТРАЖЕНИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ОТ ПОВЕРХНОСТИ, РАЗМЕРЫ КОТОРОЙ СРАВНИМЫ С ДЛИНОЙ ВОЛНЫ

Диффракция, наблюдающаяся вблизи границ поверхностей, на которые падают звуковые волны, вызывает перераспределение энергии в падающей и отраженной волнах, вследствие чего поглощение этими поверхностями получается отличным от поглощения, рассчитанного без учета диффракции (т. е. рассчитанных так, как если бы были справедливы в этом случае законы геометрической оптики).

Практически влияние диффракции звуковых волн у границ поглощающих поверхностей сказывается, как легко себе представить, в случаях сравнимости размеров самих поверхностей с длинами волн, падающих на них. Характерным явлением, подтверждающим большое значение диффракции в практических случаях, является, например, расхождение, получаемое в определении коэффициентов звукопоглощения реверберационным методом и методом плоских стоячих волн.

Расчет влияния диффракции в самом общем виде сводится к решению волнового уравнения:

$$\ddot{\varphi} - c^2 \nabla^2 \varphi = 0, \quad (1)$$

с соответствующими граничными условиями. Эти граничные условия, очевидно, должны включать в себе в математической форме свойства, поглощающих поверхностей, находящихся в рассматриваемом звуковом поле.

Эти свойства практически сводятся к форме поверхностей и каким-то соотношениям между процессами распространения в рассматриваемом поле и в поглощающем материале. Можно принять, что последние соотношения выражаются скоростью у поглощающей поверхности (этим самым допускается, что в материале возможны лишь нормальные к его поверхности колебания; насколько это практически допустимо, рассмотрено в статье Н. Н. Андреева и Е. Е. Лысенко). Эта связь выразится математически так:

$$v_n = \frac{p}{Z}, \quad (2)$$

где v_n — нормальная скорость на поглощающей поверхности, p — давление звуковых волн там же и Z — импеданс поглощающей поверхности (вообще говоря, комплексная величина, функция частоты). Равенство (2) может быть переписано через потенциал звуковых волн φ :

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = \frac{\rho}{Z} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (3)$$

где ν — нормаль к поверхности, а ρ — плотность среды. Равенство (3) справедливо на поглощающей поверхности S .

Кроме граничных условий, необходимо принять еще определенную форму решения, так, чтобы решение было не решением для собственных колебаний, а для некоторого установившегося вынужденного режима. Если считать заданным потенциал падающей волны φ_1 так, что

$$\varphi_1 = \psi_1(x, y, z) e^{i\omega t},$$

и искать отраженную волну

$$\varphi_2 = \psi_2(x, y, z) e^{i\omega t},$$

то применением принципа Гюйгенса можно задачу свести к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода.

Чтобы убедиться в этом, будем исходить из принципа Гюйгенса в математической формулировке Кирхгофа:

$$4\pi\varphi_t(O) = \int_S \left[\varphi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial \nu} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial \nu} \right] dS. \quad (4)$$

Здесь $\varphi_t(O)$ есть потенциал в точке наблюдения $O(x, y, z)$ в текущий момент времени t , и значок τ в подынтегральной функции показывает, что входящая под интеграл функция $\varphi(\xi, \eta, \zeta, t)$, по выполнении действий в скобках, берется запаздывающей в точку наблюдения O из точек поверхности $O_1(\xi, \eta, \zeta)$, т. е. t заменяется на

$$\tau = t - \frac{r}{c},$$

где $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$ — расстояние от точек O_1 до точки O . Равенство (4) справедливо для точек наблюдения внутри замкнутой поверхности S , так называемой поверхности Гюйгенса, на которой заданы значения φ , $\frac{\partial}{\partial \nu} \varphi$ и $\frac{\partial}{\partial t} \varphi$. В нашем рассуждении нам понадобится выражение, аналогичное (4), но справедливое для точек самой поверхности S .

Можно показать, что, при переносе равенства (4) на поверхность S , правая часть терпит разрыв, так что, для точек O вне поверхности S ,

$$\int_S \left[\varphi(\xi, \eta, \zeta, t) \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial \nu} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial \nu} \right] dS = 0.$$

Для точек O на поверхности S ,

$$\text{idem} = 2\pi\varphi_t(O).$$

Для точек O внутри поверхности S ,

$$\text{idem} = 4\pi\varphi_t(O).$$

Для доказательства этого достаточно обратиться к выводу равенства (4) помощью формулы Грина из теории потенциала, как оно приведено у Планка.¹

Частный вид формулы Грина может быть написан так:

$$\int_S \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \nu} - V \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} \right) dS = - \int_0 \frac{\Delta V}{r} do.$$

Здесь V однозначная непрерывная функция координат пространства x, y, z , dS — элемент замкнутой поверхности S , do — элемент объема области S , r — расстояние, взятое с положительным знаком от точек области (x, y, z) до произвольной точки вне области O . Тогда для точек наблюдения вне области S имеем:

$$0 = \int_0 \frac{\Delta V}{r} do + \int_S \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \nu} - V \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} \right) dS. \quad (5)$$

Для точек наблюдения внутри области S мы должны будем выделить при интегрировании маленькую сферу с центром в точке O , сделав таким образом во всей области формулу непрерывной. При этом получим:

$$\begin{aligned} \int_S \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \nu} - V \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} \right) dS + \int_{S_1} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \nu} + V \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} \right) dS_1 = \\ = - \left[\int_0 \frac{\Delta V}{r} do - \int_{o_1} \frac{\Delta V}{r} do_1 \right], \end{aligned}$$

где S_1 и o_1 поверхность и объем выделенной сферы, и знак $+$ в подынтегральной функции второго интеграла левой части обусловлен обратным направлением нормали ν (внутренней к области S и внешней к S_1 , совпадающей с r_1). При стремлении радиуса r_1 выделенной сферы к нулю, $\int_{o_1} \rightarrow 0$, и \int_{S_1} сводится к интегралу:

$$\int_{S_1} \frac{V}{r_1^2} dS_1 = \int_0^{4\pi} V d\theta, \quad (6)$$

значение которого при $r_1 \rightarrow 0$ очевидно стремится к $4\pi V(O)$, где $V(O)$ значение V в точке O . Так что мы имеем:

$$4\pi V(O) = - \int_0 \frac{\Delta V}{r} do + \int_S \left(V \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \nu} \right) dS. \quad (7)$$

Наконец, если точка O лежит на поверхности S , то предыдущее рассуждение остается в силе за исключением того, что точку O приходится выделить помощью малой полусферы (верхней части сферы с телесным углом θ , стремящимся к 2π при $r_1 \rightarrow 0$), так что для этого случая (6) переписывается так:

$$\int_{S_1} \frac{V}{r_1^2} dS_1 \Rightarrow \int_0^\theta V d\theta$$

и, наконец,

$$\lim \int_0^\theta V d\theta = 2\pi V(O), \quad (8)$$

при $r \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow 2\pi$, где $V(O)$ опять-таки есть значение V в точке наблюдения, теперь уже на поверхности.

¹ Макс Планк. Введение в теоретическую физику, ч. 4, «Оптика», ОНТИ, 1984.

Равенство (7) является исходным для получения принципа Гюйгенса в форме Кирхгофа; вывод его проделан у Планка¹ и приводит к выражению (4). Аналогично равенство (6) приведет нас для точек O вне области S к равенству:

$$0 = \int_S \left[\varphi \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial v} \right] dS.$$

Наконец, равенство (8) дает значение потенциала на поверхности Гюйгенса в виде:

$$2\pi\varphi_t(S) = \int_S \left[\varphi \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial v} \right] dS. \quad (9)$$

Этой формулировкой мы и воспользуемся для дальнейших выкладок. Равенство (9) перепишем отдельно для потенциалов падающей (φ_1) и отраженной (φ_2) волн так:

$$2\pi\varphi_1 = \int_S \left[\varphi_1 \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial v} \right] dS = - \int_S \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \varphi_1}{\partial v} \right]_\tau dS,$$

$$2\pi\varphi_2 = \int_S \left[\varphi_2 \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial v} \right] dS = - \int_S \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \varphi_2}{\partial v} \right]_\tau dS.$$

Принимая во внимание направление распространения падающей и отраженной волн (т. е. приняв во внимание, что избыточное давление $p_{1,2} = \pm \rho c v_\nu = \rho \varphi_{1,2}$, в зависимости от направления распространения по отношению к нормали ν), получим, беря разность этих равенств:

$$\begin{aligned} 2\pi\varphi_1 - 2\pi\varphi_2 &= \int_S \left[\varphi_1 \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{1}{cr} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial v} \right] dS + \int_S [\varphi_2 \dots] dS = \int_S \frac{1}{r} [v_\nu]_\tau dS = \\ &= \int_S \frac{1}{r} \rho \left[\frac{\partial (\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial t} \right]_\tau dS. \end{aligned}$$

Так как нами было принято, что $\varphi = \psi e^{i\omega t}$, то, исключая из последнего равенства время, предварительно (после действий в скобках []) заменив его на $t - \frac{r}{c}$, получим:

$$\begin{aligned} \int \psi_2(\xi, \eta, \zeta) e^{-ikr} \left[\frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{ik}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial v} + x \right) \right] dS - 2\pi\psi_2(S) &= -2\pi\psi_1(S) + \\ + \int \psi_1(\xi, \eta, \zeta) e^{-ikr} \left[\frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} - \frac{ik}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial v} - x \right) \right] dS, \end{aligned} \quad (10)$$

где $x = \frac{\rho c}{Z}$, $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$.

¹ Макс Планк, см. предыдущую цитату.

Таким образом, в самом общем виде, если задана некоторая замкнутая поверхность S с каким-то сопротивлением Z на единицу поверхности (при этом Z может быть функцией точек поверхности) и внутри поверхности S задана падающая волна φ_1 , то отыскание решения сводится к отысканию φ_2 на поверхности помощью уравнения (10) и затем последующей подстановкой $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ в (4) можно отыскать значение φ в любой точке внутри области S . Последняя задача нас не интересует, так как для вопросов звукопоглощения достаточно знать φ на самой поглощающей поверхности, чтобы определить влияние диффракции на энергию, идущую в поглощающую поверхность.

Конкретизируем задачу для частного случая граничных условий и формы падающей волны. Выберем поверхность в виде плоскости $\zeta = z = 0$. До замены поверхности ее можно дополнить полусферой радиуса большего, чем то расстояние, на которое успеет распространиться от этой полусферы волна за время, в течение которого происходит рассматриваемое явление; выбрав этот радиус достаточно большим, мы можем считать, что для как угодно большого конечного времени наше решение справедливо. На плоскости $z = 0$ выберем контур $f(x, y)$, ограничивающий площадку F , на которой задан импеданс, а остальная часть плоскости $z = 0$ вне контура будет идеально отражающей, т. е. $Z = \infty$. Падающую волну φ_1 зададим в виде плоской волны, падающей под углом α и распространяющейся вдоль плоскости $y = 0$, тогда

$$\psi_1 = e^{-ik(x \cos \alpha + z \sin \alpha)}, \quad \psi_{1z=0} = e^{-ikx \cos \alpha}; \quad \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{r} = \frac{\partial r}{\partial v} = 0$$

и уравнение (10) примет вид:

$$\frac{ik}{2\pi} \int_F \psi_2 \frac{x}{r} e^{-ikr} dF + \psi_2(F) = e^{-ikx \cos \alpha} - \frac{ik}{2\pi} \int_F \frac{x e^{-ik(r + \xi \cos \alpha)}}{r} dF$$

внутри контура f ;

$$\psi_2(S) = \psi_1(S) = e^{-ikx \cos \alpha}$$

вне контура f .

Наконец, заменяя ψ_2 через полный потенциал $\psi_2 = \psi_0 - e^{-ikx \cos \alpha}$, получим в несколько более удобном виде уравнение

$$\frac{ik}{2\pi} \int_F \psi_0 \frac{x}{r} e^{-ikr} dF + \psi_0(F) = 2e^{-ikx \cos \alpha}. \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11), первое в общем виде, второе для нашей конкретной задачи, являются интегральными уравнениями Фредгольма 2-го рода, решение которых представляет значительные математические трудности. Однако нам кажется рациональным сформулировать данную задачу диффракции в этой форме, так как в конечном итоге решение такого уравнения, вероятно, будет возможно отыскать в том или ином виде, годном для практических расчетов. На одном непосредственном следствии уравнения (11), применимом практически, мы остановимся здесь же.

Чтобы дополнить несколько приводимые выкладки, рассмотрим краевой диффракционный эффект в предположении, что размеры поглощающей поверхности велики по сравнению с длиной волны и, следовательно, взаимодействие самих краевых эффектов невелико. В таком случае для нас будет пригодна решение задачи диффракции вблизи прямолинейного края плоского экрана, данное Зоммерфельдом. В этом случае роль абсор-

бирующей поверхности будет играть не закрытая экраном часть плоскости в решении Зоммерфельда, имеющем вид:

$$\varphi = \frac{1+i}{2} e^{i\omega t} \left[e^{-i\gamma} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{-\frac{i\pi v^2}{2}} dv + e^{-i\gamma'} \int_{-\infty}^{\sigma'} e^{-\frac{i\pi v^2}{2}} dv \right], \quad (12)$$

где:

$$\gamma = \frac{2\pi r}{\lambda} \cos(\theta - \alpha); \quad \gamma' = \frac{2\pi r}{\lambda} \cos(\theta + \alpha),$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{8r}{\lambda}} \sin \frac{1}{2}(\theta - \alpha); \quad \sigma' = -\sqrt{\frac{8r}{\lambda}} \sin \frac{1}{2}(\theta + \alpha).$$

При этом экран представляет собой полуплоскость $z=0$; в направлении $x > 0$ волна падает под углом α к оси x .

Кроме того, в решение введены координаты r, θ, y , связанные с декартовыми x, y, z следующим образом: $x=r \cos \theta, z=r \sin \theta, y=y$. Взяв производные по z и по t от выражения (12), получим, полагая $\theta=\pi$, величины соответственно скорости и давления на незакрытой экраном полуплоскости $z=0$:

$$\bar{v} = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad \bar{p} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (\text{в комплексной форме}).$$

Мощность на единицу поверхности плоскости $z=0$ получим, выделив вещественную часть \bar{v} и \bar{p} и взяв их скалярное произведение:

$$P_{\text{диф}} = \frac{|\bar{v}| |\bar{p}| \cos(\nu, \rho)}{2}.$$

Беря отношение этой мощности к мощности $P_{\text{пл}}$ в однородной плоской волне, проходящей через единичное сечение под тем же углом α , получим коэффициент поглощения вследствие диффракции:

$$K = \frac{P_{\text{диф}}}{P_{\text{пл}}} = \frac{1}{2} \left[\left(\int_{-\infty}^{\sigma} \cos \frac{\pi v^2}{2} dv \right)^2 - \left(\int_{-\infty}^{-\sigma} \cos \frac{\pi v^2}{2} dv \right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{\sigma} \sin \frac{\pi v^2}{2} dv \right)^2 - \left(\int_{-\infty}^{-\sigma} \sin \frac{\pi v^2}{2} dv \right)^2 \right],$$

где

$$\sigma = \sqrt{\frac{8r}{\lambda}} \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{4r}{\lambda} (1 - \cos \alpha)} = \sqrt{0.637 k (1 - \cos \alpha)}; \quad k = \frac{\omega}{c}.$$

Величина K представлена на рис. 1 в функции аргумента

$$kr_1 = kr(1 - \cos \alpha).^1$$

Как видно, K является осциллирующей функцией, приближающейся с увеличением kr_1 к единице. Однако величина K не дает достаточно полного представления о влиянии края на поглощение, так как трудно решить, до каких kr_1 надо вообще считаться с влиянием диффракции.

¹ r_1 и r имеют направление вдоль оси x , в сторону $x < 0$.

Поэтому на том же рис. 1 нанесена кривая среднего поглощения на единицу поверхности вблизи края:

$$K_{\text{ср}} = \frac{1}{kr_1} \int_0^{kr_1} K(\xi) d\xi.$$

Как видно, величина $K_{\text{ср}}$ достигает единицы уже при $kr_1=2$, что при перпендикулярном падении составляет $\approx 0.4\lambda$.

Таким образом, можно считать, что если краевая часть шириной в 0.4λ мала по сравнению со всей поглощающей поверхностью, то диффракция не вносит заметных изменений в поглощение против поглощения при плоской перпендикулярной волне. Очень важно, однако, заметить, что в случаях реверберационных, когда волны на поверхность падают под разными углами, в силу того, что величина $(1 - \cos \alpha)$ убывает для волн, приближающихся к скольжению вдоль поверхности, даже на поверхностях, значительно больших длины волны, может наблюдаться действие диффракции.

Возвратимся теперь к уравнению (11). Если мы имеем некоторую поверхность с импеданцем Z_1 , причем размеры поверхности малы по сравнению с длиной волны λ , и эта поверхность заключена в плоскости, являющейся идеальным отражателем энергии, то вдоль всей малой поверхности мы можем считать потенциал постоянным и вывести его за знак интеграла в уравнении Фредгольма (11), которое в нашем случае переписывается в виде:

$$\psi_0(F) \left[\frac{ik}{2\pi} \frac{\rho c}{Z} \int_F \frac{e^{-ikr}}{r} dF + 1 \right] = 2e^{-ikx \cos \alpha},$$

откуда

$$\psi_0(F) = \frac{2e^{-ikx \cos \alpha}}{1 + \frac{ik \rho c}{2\pi Z} \int_F \frac{e^{-ikr}}{r} dF}. \quad (13)$$

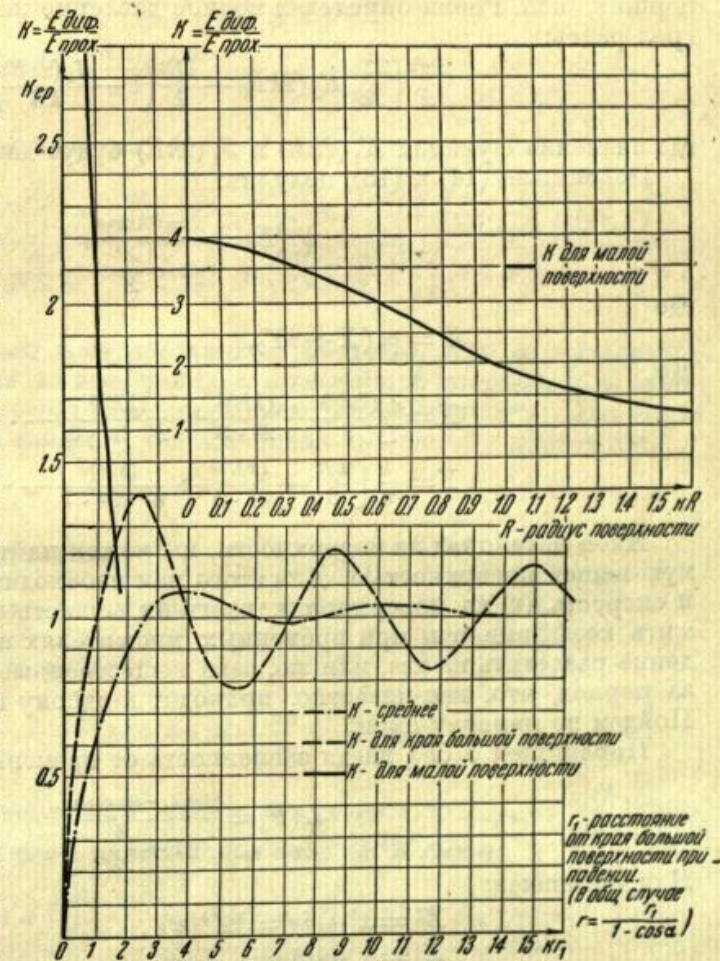


Рис. 1.

$\int \frac{e^{-ikr}}{r} dF$ был найден еще Рейли при определении давления на поршень радиуса R , колеблющийся со скоростью, постоянной во всех точках поршня, и заключенный в стенку, на которой скорость равна нулю, т. е. для случая, вполне аналогичного нашему. Стало быть мы можем воспользоваться результатом интегрирования, разделив лишь его на поверхность поршня, ибо Рейли определял полное давление на поршень. Этот интеграл равен:

$$\frac{2\pi^2}{F} \left[\frac{1}{2k^3} K_1(2kR) - \frac{iR^2}{k} \left(1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} \right) \right], \quad (14)$$

где значение функций $K_1(2kR)$ и $J_1(2kR)$ будут даны ниже. Подставляя (14) и (13), получим:

$$\psi_0(F) = \frac{2e^{-ikx \cos \alpha}}{1 + \frac{Z'}{Z}}, \quad (15)$$

где

$$Z' = \rho c (X + iY),$$

где

$$X = \left[\frac{(kR)^2}{2} - \frac{(kR)^4}{2^2 \cdot 3} + \frac{(kR)^6}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4} - \dots \right],$$

$$Y = \frac{1}{\pi} \left[\frac{kR}{3} - \frac{(kR)^3}{3^2 \cdot 5} + \frac{(kR)^5}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right].$$

Имея потенциал на поверхности, мы можем найти энергию, поглощаемую нашей поверхностью. Для этого нам необходимо найти давление (p) и скорость (v) на поверхности, взять их вещественные части, перемножить коэффициенты при временных множителях и полученное произведение разделить на два, или же, взяв вещественные части, найти среднее за период, что, как известно, приводит к одному и тому же результату. Пойдем по первому пути.

Перепишем $\psi_0(F)$, введя зависимость от времени, т. е. напомним:

$$\psi(F) = \frac{2e^{i\omega t} e^{-ikx \cos \alpha}}{1 + \frac{Z'}{Z}}. \quad (16)$$

Или, обозначая:

$$Z' = x' + iy' = |Z'| e^{i\gamma'},$$

$$Z = a + ib = |Z| e^{i\gamma},$$

$$e^{-ikx \cos \alpha} = \cos \eta - i \sin \eta, \text{ где } \eta = kx \cos \alpha,$$

получим

$$\varphi(F) = \frac{2 [\cos \eta \cos \omega t + \sin \eta \sin \omega t + i \cos \eta \sin \omega t - i \sin \eta \cos \omega t]}{1 + \frac{|Z'|}{|Z|} \cos(\gamma' - \gamma) + i \frac{|Z'|}{|Z|} \sin(\gamma' - \gamma)}.$$

Вещественная же часть давления будет:

$$p = \rho \operatorname{Re} \{ \dot{\varphi}(F) \} = A \sin \omega t + B \cos \omega t,$$

$$A = - \frac{2\rho\omega \left[-\frac{|Z'|}{|Z|} \cos(\gamma' - \gamma) \cos \eta - \cos \eta + \frac{|Z'|}{|Z|} \sin(\gamma' - \gamma) \sin \eta \right]}{\left[1 + \frac{|Z'|}{|Z|} \cos(\gamma' - \gamma) \right]^2 + \left[\frac{|Z'|}{|Z|} \sin(\gamma' - \gamma) \right]^2},$$

$$B = \frac{2\rho\omega \left[\frac{|Z'|}{|Z|} \cos(\gamma' - \gamma) \sin \eta + \sin \eta + \frac{|Z'|}{|Z|} \sin(\gamma' - \gamma) \cos \eta \right]}{\text{idem}}.$$

Вещественная же часть скорости будет:

$$v = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\rho \dot{\psi}(F)}{Z_1} \right\} = A' \sin \omega t + B' \cos \omega t,$$

где:

$$A' = - \frac{2\rho\omega [(a+x') \sin \eta + (b+y') \cos \eta]}{(a+x')^2 + (b+y')^2},$$

$$B' = \frac{2\rho\omega [(a+x') \sin \eta + (b+y') \cos \eta]}{(a+x')^2 + (b+y')^2}.$$

Тогда энергия определится так:

$$E = \frac{AA' + BB'}{2} = \frac{2(\rho\omega)^2 \left[\left(1 + \frac{ax'}{a^2+b^2} + \frac{by'}{a^2+b^2} \right) (a+x') + \left(\frac{ay' - bx'}{a^2+b^2} \right) (b+y') \right]}{\left[\left(1 + \frac{ax'}{a^2+b^2} + \frac{by'}{a^2+b^2} \right)^2 + \left(\frac{ay' - bx'}{a^2+b^2} \right)^2 \right] \left[(a+x')^2 + (b+y')^2 \right]}.$$

Это выражение дает нам абсолютную энергию, нас же интересует относительная энергия по отношению к проходящей энергии, т. е. энергии, получаемой при отсутствии поглощающей поверхности. Для определения этой энергии заметим, что потенциал падающей волны будет:

$$\varphi_1 = e^{i\omega t} e^{-ikx \cos \alpha}.$$

Вещественная часть давления

$$p = -\rho\omega \cos \eta \sin \omega t + \rho\omega \sin \eta \cos \omega t.$$

Вещественная часть скорости

$$v = -\frac{\rho\omega}{\rho c} \cos \eta \sin \omega t + \frac{\rho\omega}{\rho c} \sin \eta \cos \omega t.$$

Так как мы имеем наклонное падение под углом α , то $E_{\text{прох}} = \frac{(\rho\omega)^2}{2\rho c} \sin \alpha$, откуда интересующая нас относительная энергия K будет:

$$K = \frac{4\rho c \left[\left(1 + \frac{ax' + bx'}{a^2 + b^2} \right) (a+x') + \frac{ay' - bx'}{a^2 + b^2} (b+y') \right]}{\sin \alpha \left[\left(1 + \frac{ax' + bx'}{a^2 + b^2} \right)^2 + \left(\frac{ay' + bx'}{a^2 + b^2} \right)^2 \right] \left[(a+x')^2 + (b+y')^2 \right]}. \quad (17)$$

Частный случай $Z = \rho c$, тогда $a = \rho c$, $b = 0$ и поскольку $x' = \rho c X$; $y' = \rho c Y$, имеем:

$$K = \frac{4}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{(1+X)^2 + Y^2}.$$

Опыт показывает, что диффузное рассеяние мы имеем в случае $\frac{2R}{\lambda} \leq 0.5$,

или, переводя в kR , $kR \leq 1.57$. Стало быть, мы можем построить зависимость K от kR в интервале от 0 до 1.57. Так составлен график рис. 1, построенный при $\sin \alpha = 1$. При изменении угла кривая соответственно будет смещаться. Начиная с $kR \approx 0.65$ в сторону увеличения, мы имеем гиперболический ход кривой, в сторону же убывающих kR кривая сильно отклоняется от гиперболы и приближается к постоянному значению при $kR = 0$.

Из сравнения кривых рис. 1 и 2 видно, что, с одной стороны, приближенное рассмотрение случая малости поверхности по сравнению с длиной волны приводит к заключению, что уже при диаметре поверхности $\sim 0.5 \lambda$ поглощение очень близко к рассчитанному по Рейли, а с другой, — что для поверхностей, значительно больших, чем 0.5λ , также справедлив обычный закон отражения без учета диффракции.

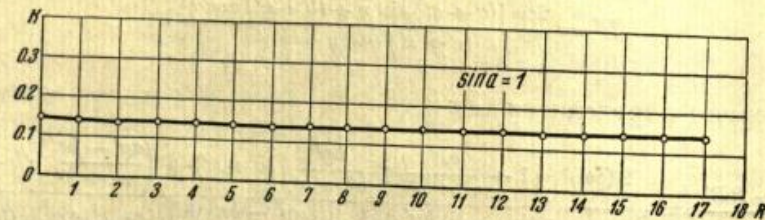


Рис. 3.

На рис. 3 и 4 приведены кривые для пластин из материала „Акустик“ толщиной 2.9 см с $Z_{500 \text{ гц}} = 20 - j150$ (рис. 3) и $Z_{1300 \text{ гц}} = 30 - j0$ (рис. 4).

Кривые дают зависимость $K = \frac{E_{\text{дифф}}}{E_{\text{прех}}}$ от величины поверхности (R) при постоянной частоте: 500 гц (рис. 3) и 1300 гц (рис. 4), вычисленной согласно формуле 17.

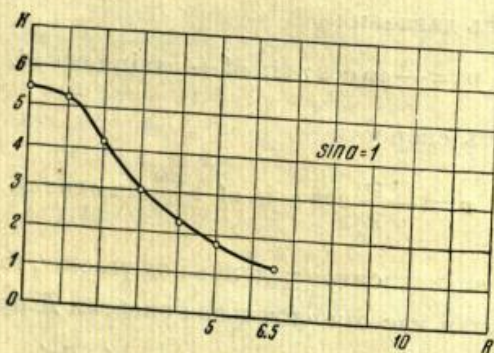


Рис. 4.

Поскольку диффузное рассеяние мы имеем в случае $\frac{2R}{\lambda} \leq 0.5$, то при заданных частотах зависимость K от R может быть построена для значений R , не превышающих 17 см в первом случае и 6.5 см во втором случае.

Как видно из рисунков, в первом случае K не зависит от R , в силу большого значения b ; прямая держится на уровне 0.144; отклонения от прямой лежат в пределах погрешности расчета. Во втором случае, когда $b = 0$, картина аналогична случаю, соответствующему сопротивлению $Z = \rho c$ (рис. 2), где b также равно нулю.

А. В. РИМСКИЙ-КОРСАКОВ

КРИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СПОСОБОВ УСИЛЕНИЯ ЗВУКА В ВЕСЬМА БОЛЬШИХ ПОМЕЩЕНИЯХ

При проектировании и строительстве современных общественных зданий в ряде случаев приходится встречаться с задачами акустики весьма больших помещений. Примером может служить большой зал Дворца Советов, к которому и относится настоящая работа.

Задачи акустики весьма больших помещений относятся к залам, рассчитываемым на десятки тысяч человек. Одно простое соображение роднит проблемы, связанные с такими помещениями, с проблемой открытых больших театров. Достаточно обратить внимание на то обстоятельство, что линейные размеры таких помещений достигают сотни метров, так что время распространения звука вдоль помещения от одной границы его до другой может достигнуть десятых долей секунды. Ввиду того что звукопоглощение, как известно, происходит почти исключительно на границах помещения, можно ожидать, что явление реверберации звука в таком помещении происходило бы рядом повторных эхо с интервалами порядка десятых секунды. Вполне очевидно, что этих отражений должно быть достаточно много для израсходования энергии, однажды посланной источником звука в помещение, и явление это чрезвычайно снизит акустические качества зала. Единственный правильный путь создания удовлетворительной артикуляции в таком зале — это, очевидно, доведение коэффициента звукопоглощения границ зала до предельного, возможно близкого к единице. В таких условиях, очевидно, отраженные волны вовсе перестанут играть какую-либо роль в акустических расчетах и свойствах помещения, как если бы мы имели дело с открытым театром, единственной границей которого является площадь, занимаемая зрителями. Это положение и заставляет обратиться нас при обзоре литературы по данному вопросу и при проведении проектирования, расчетов и исследований в основном к вопросам акустики открытых театров.

При этом заранее приходится отказаться от ряда сведений и соображений, относящихся к открытым театрам без звукоусиливающих установок, так как размеры таких театров несравнимо меньше интересующих нас помещений. По данным, приведенным в книге Кнудсена [1], можно убедиться, что при всех самых благоприятных обстоятельствах расстояние от оратора до задних рядов открытого театра предельно может быть не более 42 м, и ширина площади, занятой зрителями, — не более 60 м, причем на границах этого помещения артикуляция будет не выше 75%. Таким образом, в дальнейшем мы будем подвергать обсуждению лишь данные, касающиеся звукофицированных помещений, так как в нашу задачу входит сделать слышимой речь, музыку, пение и т. п. на площади, линейные размеры которой превышают сотню метров.

Данные, могущие служить отправными для наших целей, можно найти в литературе лишь в очень ограниченном количестве. Наиболее ценными

для нас были бы, во-первых, описания испытанных звукофикационных установок, методы проектирования их и расчеты. Наиболее подходящей работой первого типа является описание открытого театра Дитрих Эккарт [2].

Эта установка для усиления речи, музыки и шумовых эффектов установлена в открытом театре на 20 000 зрителей. Установка состоит из 7 групп мощных громкоговорителей. Функции отдельных групп разделены: 6 групп говорителей, помещенных непосредственно в задней стене и архитектурных деталях сцены, предназначены для передачи речи и пения исполнителей. Эти группы состоят из 8 рупорных говорителей, общей мощностью 40 W каждая. Выходные отверстия рупоров расположены рядом по горизонтали так, что представляют собой общее прямоугольное отверстие, вытянутое по горизонтали. Для передачи музыки и шумовых эффектов служит седьмая группа, состоящая из 2 говорителей по 150 W каждый, передающих музыку, и 4 говорителей по 5 W, передающих шум, звон, гудки и прочие эффекты, необходимые по ходу представления. Эта седьмая группа расположена на значительном расстоянии за сценой, на естественном возвышении — холме, за деревьями (расстояние можно оценить в 500—700 м); она рассчитана на возможность передачи музыки одновременно с хором на сцене в 2000 человек.

Микрофонная часть установки состоит из 35 высококачественных конденсаторных микрофонов, расположенных на расстоянии 4—5 м друг от друга и стоящих на трубчатых стойках, оканчивающихся гибкой трубкой, позволяющей поворачивать микрофоны, с целью избежания акустической обратной связи с усилительной установкой. Такое большое количество микрофонов и групп говорителей, передающих голоса актеров, объясняется тем, что установка рассчитана на возможность сохранения впечатления, что речь исходит непосредственно от актера, т. е. на сохранение единства зрительного и звукового направлений. Для практического осуществления этого установка снабжена специальным постом управления с ручной регулировкой громкости, включения отдельных групп говорителей и соответствующих микрофонов. Диспетчер этой установки заставляет передавать речь ту группу говорителей, которая ближе всего к актеру. Для контроля слышимости в нескольких местах зрительного амфитеатра расположены контрольные посты, с которых на пост управления сообщается о слышимости во время действия, для корректирования громкости, даваемой установкой.

Эти данные и некоторые другие подробности реферированной статьи дают, как видно, достаточно полный отправной материал для проектирования современной мощной звукофикационной установки. Однако, конечно, этим материалом не исчерпываются все возникающие при звукофикации помещений принципиальные вопросы. Если обратиться к американскому опыту, то в первую очередь надо отметить материалы 13-го и 14-го заседаний Американского акустического общества [3].

Этот материал показывает, что вопросам звукофикации помещений как в экспериментальных работах по акустике, так и в практической работе фирмами, производящими электроакустическую аппаратуру в США, отведено значительное место.

Материалы эти можно разделить на группы соответственно затрагиваемым вопросам.

1. Обзорный материал, представленный в докладе Г. Олсона [4], содержит описание и критику звукофикационных установок открытых и больших закрытых театров. В докладе даются некоторые практические указания, касающиеся вопроса обратной акустической связи громкоговорителя с микрофоном, рекомендуется применение направленных звукоприемников и излучателей для избежания этого явления.

2. Материал, касающийся вопроса направленности звука при работе громкоговорителя в помещении, в основном освещен в двух докладах: в докладе Р. Д. Фая [5] („Метод получения естественной направленности при усилении речи специальной установкой“) автор предлагает, как дающее хороший результат, расположение громкоговорителя на 20 фут (около 6 м) сзади оратора и на 45 фут (13,5 м) над ним. Второй доклад В. Холла [6], также касающийся вопроса получения иллюзии, что звук исходит изо рта оратора, по сути дела является практическим экспериментом к работе Фая. Описывается студия, оборудованная согласно описанному выше методу, дается подробное исследование работы этой установки.

3. Из материалов, касающихся вопроса связи между характеристиками поглощения звукофицируемых помещений и характеристиками устанавливаемых излучателей, усилителей и микрофонов, надо отметить следующие.

В докладе Бонера [7] „О зависимости между установкой для усиления речи оратора и характеристикой звукопоглощения аудитории“ речь идет об установке в Техасском университете в аудитории объемом в 10^6 куб. фут ($37 000 \text{ м}^3$), причем показывается, что существует определенная связь между частотами связи звукоизлучателя с приемником и собственными частотами помещения. Специальными мерами воздействия на звукопоглощение аудитории можно получить хорошие результаты при звукоусилении, в частности помощью описываемой установки при усилении небольшого оркестра в среднем в помещении достигалось давление до 20 бар (96 дБ для 1000 гц).

В докладе Стэнтон и Вольфа [8] обсуждается вопрос о зависимости направленности излучателей от частоты и высказывается предположение, что необходимая характеристика подобного рода должна подбираться экспериментально, в основном за счет электрического управления характеристикой подаваемой к громкоговорителям мощности. Практический предел усиления, по мнению авторов, определяется возникновением обратной акустической связи между микрофонами и излучателями. Дается обсуждение методов контроля зависимости между частотой и направленностью.

К перечисленной литературе близко примыкает по затрагиваемым вопросам звукофикации больших помещений работа Браунмюля [9], представляющая собой несколько более широкий обзор вопросов электрической передачи речи и музыки. Работа в целом представляет большой интерес благодаря библиографии новейших работ; в частности, последний раздел, наряду с некоторыми библиографическими сведениями непосредственно по вопросам звукофикации помещений, содержит весьма четко сформулированные требования к установкам подобного рода.

Эти требования следующие:

1. Установка должна давать иллюзию совпадения направления источника звука с зрительным направлением на исполнителя.
2. В помещении не должно быть никаких явлений эхо (как связанных с отражением от далеко стоящих от источника границ, так и благодаря запаздыванию звука от отдельных излучателей).
3. Исполнителю (оратору) не должны мешать ни микрофон, ни тем более излучатели (первый в случае, если он связывает исполнителя с определенным положением по отношению к нему, вторые — если они создают запаздывание звука произносимых слов к исполнителю).
4. Звукофикационная установка должна быть свободна от акустических обратных воздействий излучателей на приемники звука.

Конечно, эти требования весьма общего характера не предрешают технической стороны проектов звукофикации, за исключением одного лишь первого пункта, который, кстати говоря, подчеркивается в большинстве работ и, очевидно, требует определенным образом расположенных по отношению к оратору (исполнителю) излучателей.

В обзор литературы по звукофикации помещений необходимо включить также работы, представляющие собой попытки расчета звукофационности установок. Заранее надо оговориться, что, конечно, ни о каком полном техническом расчете речи быть не может, однако некоторые средние ориентировочные цифры необходимой акустической и электрической мощностей установки можно получить, пользуясь работами С. Вольфа и В. Сетте, а также работой Айгнера.

Работа С. Вольфа и В. Сетте [10] „Уровень акустической мощности при воспроизведении звукового фильма“ содержит простейшие теоретические выкладки, связывающие объем помещения, поглощение помещения при условии оптимальной реверберации и потребный уровень акустической мощности, с учетом свойств человеческого уха, с мощностью источника звука (как акустической, так и электрической, с учетом к. п. д. установки, допустимого клиррфактора и пиковых значений мощности). Результатом работы является график потребной акустической мощности источника в функции от объема помещения, причем график содержит две теоретические кривые, полученные соответственно: одна — для помещений малых, где расчет нужно вести непосредственно по объему помещения, вторая — для больших помещений, где расчет должен вестись по площади мест, так как отражения недопустимы. Вторая из этих зависимостей, нас интересующая, имеет вид:

$$P_{ac} = 7.3 \lg V - 21.8,$$

где P_{ac} — акустическая мощность источника в дБ, отнесенная к уровню 0.006 W и V — объем помещений в куб. футах.

На графике дается также полученная из опыта кривая, которая может быть представлена зависимостью

$$P_{ac} = 7.1 \lg V - 27.7$$

(обозначения те же). Кривая проходит достаточно близко к теоретической.

Работа Айгнера [11] „Расчет мощности, требуемой от оконечного каскада усилителя звуковоспроизводящей аппаратуры“ дает возможность определить электрическую мощность оконечного каскада усилительной звукофикационной установки в зависимости от заданных акустических свойств помещения — объема и времени реверберации, от к. п. д. громкоговорителя и сдвига фаз при расчетной частоте в оконечном каскаде между током и напряжением. Предлагаемая в работе формула непосредственно не применима для наших расчетов, так как расчет ведется по средней плотности звуковой энергии в помещении при наличии реверберации. Интересными для нас могут быть только некоторые соображения по поводу к. п. д. громкоговорителя, сдвига фаз и клиррфактора устройства.

Последней работой, близко затрагивающей вопросы звукофикации больших помещений, является работа В. В. Фурдуева [12], в которой даются расчетные соображения о работе направленного громкоговорителя в замкнутом помещении.

При разборе этого вопроса автору пришлось отказаться от обычной оценки помещения только по времени реверберации, а выбрать критерием так называемую величину акустического отношения, представляющую собой отношение энергий в отраженных волнах (оцениваемую по средней

плотности энергии, как обычно) к энергии в прямой волне, распространяющейся от источника. Пренебрегая обратным влиянием помещения (отражений) на излучатель и полагая, что в отраженных волнах энергия достаточно равномерно распределена по всему помещению, можно получить упомянутое отношение как функцию свойств говорителя, расстояния и направления к говорителю и свойств помещения:

$$R = 8\pi \frac{1-\alpha}{\alpha S} \left[\frac{D_1}{f(\varphi_1)} \right]^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(\varphi) \sin \varphi d\varphi.$$

- Здесь R — искомая величина акустического отношения;
 αS — полное поглощение помещения;
 $1-\alpha$ — коэффициент, учитывающий разницу между средним значением звуковой энергии вообще и средней энергией только отраженных волн;
 D_1 — расстояния от говорителя до точки, в которой определяется R ;
 $f(\varphi)$ — нормированная полярная характеристика направленности говорителя;
 φ_1 — угол между направлением оси симметрии характеристики направленности говорителя и направлением от говорителя на точку определения R .

Величина R , повидимому, играет решающую роль в оценке акустических свойств звукофицированного помещения, так как она одновременно зависит и от времени реверберации помещения и от направленности источника. Как известно, несмотря на то, что в помещениях, не обладающих какими-либо ярко выраженными акустическими дефектами, время реверберации практически постоянно для всех точек площади зрителей, однако, например, артикуляция иногда сильно варьирует, и речь может стать неразборчивой в отдельных точках помещения. Очевидно, это объясняется невыгодным соотношением между энергиями прямых и отраженных волн. Руководствуясь этими соображениями, легко сделать некоторые весьма поучительные выводы из формулы для R .

Во-первых, очевидно, что R должно быть не слишком велико — это общее требование легче всего выполняется увеличением (до некоторого предела) общего поглощения αS . Во-вторых, R не должно заметно зависеть от частоты, что в свою очередь может быть достигнуто лишь при независимости $f(\varphi)$ от частоты (и поглощения помещения); с точки зрения подбора говорителя, это значит, что характеристика направленности не должна заметно зависеть от частоты, что лучше всего выполняется у рупорного говорителя. Наконец, наиболее любопытным обстоятельством является тот факт, что при внимательном рассмотрении множителя $\left[\frac{D_1}{f(\varphi_1)} \right]^2$, представляющего зависимость R от места, оказывается, что достаточно расположить места зрителей по поверхности, имеющей форму характеристики направленности, чтобы и от места к месту R не менялось. Это достижимо, конечно, лишь с некоторым средним приближением, однако чрезвычайно существенно в условиях больших помещений. В нашем случае это положение указывает на необходимость создания такой системы рупорных говорителей, характеристика направленности которой возможно близко подходила бы к расположению мест в зале.

Остается упомянуть, что в настоящее время В. В. Фурдуевым разработана также методика для экспериментального определения величины R ,

помощью которой ведутся соответствующие опыты определения зависимостей между R и артикуляцией в помещении.

В заключение обзора остается сказать о некоторых искусственных приемах, могущих найти применение при звукофикации помещений.

В первую очередь это устройство для создания искусственной реверберации. Известно, что во многих случаях записи и воспроизведения звука (граммофон, звуковое кино) не удается воспользоваться естественной реверберацией помещений, из которых производится передача или запись. В наших условиях очень большого помещения по причинам, упомянутым в начале настоящей работы, допущение естественной реверберации невозможно, в то время как можно с уверенностью сказать, что при отсутствии реверберации художественность, например, музыкального исполнения может весьма пострадать. Единственным решением в данном случае является создание искусственной реверберации помощью самой звукофикационной установки. Методы создания реверберации электрическим путем могут быть достаточно различны. Мы здесь упомянем о следующих предложениях в этом направлении.

Хорманн^[9] предложил использовать для создания эффекта реверберации магнитную запись на проволоку. Устройство в основном состоит из присоединяемого к выходу усилительной установки с микрофоном приспособления для магнитной записи на проволоку. Запись, полученная таким образом, тут же снимается воспроизводящими устройствами с некоторым малым интервалом времени, величиной которого можно управлять, ставя звукосниматели на определенном расстоянии от записывающего устройства по ходу ленты, на которой производится запись.¹

Инж. А. Г. Машковичем^[13] было предложено „устройство для искусственного создания эффектов пространственной акустики“ (изобретательское предложение), основанное на применении трубы достаточной длины, вдоль которой расставлено соответствующее количество микрофонов; в начале трубы расположен громкоговоритель, питаемый от микрофона с усилителем основной установки. Воспроизводимый говорителем звук, распространяясь вдоль трубы, затухает вследствие поглощения трубы и, поочередно достигая микрофонов, расположенных вдоль трубы, создает повторные импульсы, которые, будучи поданы обратно к основному усилителю установки, создают впечатление повторных отражений звука с постепенным его затуханием. Соответственным подбором диаметра трубы, расстояний между микрофонами и длиной трубы можно получить эффект реверберации, достаточно длинной. Установка все же, вследствие большой длины трубы, оказывается несколько громоздкой.

Другое предложение, данное А. А. Харкевичем, представляет собой устройство с обратной акустической связью, осуществленной помощью громкоговорителя и микрофона, находящихся в специальном небольшом замкнутом помещении с небольшим поглощением. Говоритель и микрофон включены соответственно к выходу и входу усилителя, коэффициент усиления которого можно регулировать, чем достигается увеличение или уменьшение обратного влияния проходящего через усилитель от основного микрофона сигнала через громкоговоритель и микрофон, помещенные в специальной камере. В зависимости от того, в какой мере система громкоговоритель — усилитель — микрофон компенсирует звукопоглощение специальной камеры, все это устройство создает в добавление к на-

¹ Описанный здесь метод получения искусственной реверберации был значительно раньше предложен и разработан В. С. Казанским в Ин-те радиовещания и телевидения в 1933 г., но реализация этой идеи на опыте не была осуществлена ввиду

пряжению, получаемому от основного микрофона, через который ведется передача, добавочное напряжение, создающее эффект реверберации.

Тот или иной способ искусственного создания реверберации может оказаться весьма желательным при звукофикации помещения, размеры которого не позволяют воспользоваться для этого естественными отражениями от стен. Из приводимых в настоящей работе способов создания ревербераций предпочтительнее, пожалуй, остановиться на одном из последних предложений, несмотря на то, что они требуют достаточно много места: первое — для трубы достаточной длины (порядка 300 м), второе — для специальной камеры, которая также для удовлетворительной имитации реверберации на низких частотах должна быть достаточно большой.

Имеется еще одно устройство, представляющее некоторый интерес, так как оно позволяет располагать громкоговорители на большом расстоянии от оратора, не создавая впечатления неодновременности воспроизведения ими звука по отношению к звуку речи, непосредственно идущему от оратора. Это устройство, описанное Траге^[9]; оно работает также при помощи длинного канала — звукопровода, расположенного, скажем, под залом, идущим вдоль него от сцены. В начале канала (непосредственно под местом, где расположен микрофон, передающий оратора) установлен громкоговоритель, соединенный с упомянутым микрофоном. Вдоль канала установлены микрофоны, которые в свою очередь через усилительное устройство соединяются с группами говорителей, расположенных в зале по дугам круга, каждая на тех же расстояниях от микрофона, передающего оратора, как и микрофона в канале от репродуктора в начале канала. Таким образом, громкоговорители, расположенные в зале, не опережают речи оратора и не дают впечатления неодновременной работы между собой.

Попытаемся сформулировать на основе приведенного материала основные требования к звукофикации большого зала Дворца Советов и наметить некоторые практические варианты тех или иных устройств по звукофикации.

Общее задание по звукофикации большого зала Дворца Советов может быть сформулировано так:

1. Поглощение стен и перекрытий зала должно быть доведено до возможно большей величины, так чтобы уже первое отражение звука не составляло заметной доли общей энергии, падающей на площадь мест.
2. Звукофикационная установка по мощности должна быть рассчитана на возможность создания средней акустической мощности, падающей на площадь зрительных мест, без содействия отражений в 80 дБ (для неискаженной передачи речи и музыки) над нулевым уровнем $10^{-16} \frac{W}{cm^2}$.
3. Желательно, чтобы звукофикационная установка в части, передающей речь (декламацию, пение), создавала иллюзию естественной направленности звука (совпадение зрительного и акустического направления на источник — исполнителя).
4. Установка должна быть свободна от мешающего действия повторных эхо, акустической обратной связи и такого расположения микрофонов, при котором исполнитель связан определенным положением на сцене.
5. Желательно, чтобы установка была снабжена устройством для искусственного создания эффекта реверберации.
6. С точки зрения технических требований надо считать, что применение электроакустической и усилительной аппаратуры для звукофикации с шириной полосы передаваемых частот меньше чем от 30 до 10000 гц и клиррфактором выше 3% (?) недопустимо ни в коем случае.

Перейдем к некоторым практическим указаниям, вытекающим из поставленных требований.

1. К вопросу о звукопоглощении зала можно подойти различно, в зависимости от выбранного варианта звукофикации. Наихудшие условия создаются в случае централизованной говорящей группы.

Мы будем рассматривать зал схематически состоящим из простых геометрических форм. Места для зрителей представляют собой коническую поверхность с заданным поглощением, а перекрытие представляет собой параболоид, имеющий общую ось симметрии с конической поверхностью и также являющейся поглощающей поверхностью (рис. 1). Источник звука находится на оси симметрии на высоте h от уровня сцены и излучает лишь в телесном угле, охватывающем коническую поверхность.

Примем для простоты, что коническая поверхность ввиду ее больших размеров может считаться зеркалом, отражающим $(1 - \alpha_1)$ от всей энергии, падающей на нее; если α_1 — коэффициент поглощения, определенный реверберационным методом, то получим, что источник A и поверхностью BB радиуса r , находящимся на некотором расстоянии l под уровнем сцены. Радиус источника r и расстояние l могут быть найдены обычным построением зеркального отражения от конического зеркала. Этот новый источник будет фокусироваться перекрытием как параболическим зеркалом в новое действительное изображение, по близости от фокуса параболы, образующей параболоид свода. Можно пренебречь абберацией при отражении от свода (а также и диффракцией ввиду больших размеров самого свода) и считать действительным закон отражения для вогнутого зеркала; тогда может быть найдено расстояние f нового источника от вершины свода и радиус нового источника r_1 . Этот источник будет оказывать главное мешающее действие при слушании речи или музыки в зале, так как очевидно, что все отдельные пути отражений (от цилиндрической поверхности, соответствующей колоннаде зала, от площадки, непосредственно от перекрытия) лежат вне главных направлений излучения громкоговорителя (ниже будет сказано о том, как можно ограничить диффракцию вокруг излучателя так, чтобы действительно излучение было ограничено в расчет углом).

Итак, источник CC , находящийся на некоторой высоте H от заданной точки D поверхности, занимаемой слушателями, в свою очередь находящейся на расстоянии r_2 от оси симметрии, будет создавать некоторое мешающее звуковое давление p , которое может быть вычислено на основании принятых допущений.

Будем считать, что источником A посылается полная мощность W на поверхность слушателей. В среднем на единицу этой поверхности S придется:

$$w = \frac{W}{S}.$$

Отраженная с части S_1 поверхности S энергия попадет на перекрытие. Часть S_1 ограничена контуром площадки (сцены) и пересечением конической поверхности $BBEE$ с поверхностью, занимаемой слушателями. Если обозначить коэффициент поглощения поверхности, занимаемой слушателями, через α_1 , то получим мощность, попадающую на пере-

$$W_1 = (1 - \alpha_1) W \frac{S_1}{S}.$$

Наконец, считая коэффициент поглощения перекрытия равным α_2 , получим, что мощность мешающего источника CC будет:

$$W_2 = (1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1) W \frac{S_1}{S} = (1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1) w S_1.$$

Считая кольцевой источник CC за совокупность элементарных источников напряженностью dA_0 и мощностью dW_2 , напишем:

$$dA_0 = \frac{A_0}{2\pi} d\theta; \quad dW_2 = \frac{W_2}{2\pi} d\theta$$

(здесь $d\theta$ — элемент центрального угла θ кольцевого источника). Так как каждый точечный источник излучает в телесный угол, ограниченный конической поверхностью, имеющей вершину на данной точке кольца CC и проходящей через круг EE , то, если мы обозначим этот угол через Ω , для точечного источника, соответствующего дуге единичной длины, получим, пользуясь соотношениями между средней мощностью и напряженностью точечного источника:

$$\frac{dW_2}{d\theta} = w_2 = \frac{W_2}{2\pi} = \rho c \frac{\left(\frac{dA_0}{d\theta}\right)^2 k^2}{2\Omega} = \rho c \frac{\left(\frac{A_0}{2\pi}\right)^2 k^2}{2\Omega},$$

откуда для искомого элементарного источника получим напряженность

$$dA_0 = \sqrt{\frac{W_2 \Omega}{\rho c k^2}} d\theta,$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ — длина волны в воздухе).

Элементарный потенциал такого источника на расстоянии R от него будет, очевидно:

$$d\varphi = \frac{dA_0}{\Omega R} e^{i(\omega t - kR)} = \frac{1}{kR} \sqrt{\frac{W_2}{\rho c \Omega}} e^{i(\omega t - kR)} d\theta = \frac{\varphi_0}{kR} e^{i(\omega t - kR)} d\theta.$$

Суммируя потенциалы от всех элементарных источников, действующие в точке D , получим:

$$\varphi_D = 2 \int_0^\pi \frac{\varphi_0}{kR} e^{i(\omega t - kR)} \cdot d\theta.$$

Порядок отсчета угла θ выбран так, чтобы полный интеграл можно было разбить на два одинаковых. Величина R легко находится, если спроектировать ортогонально источник CC на плоскость, перпендикулярную оси симметрии зала и проходящую через точку D .

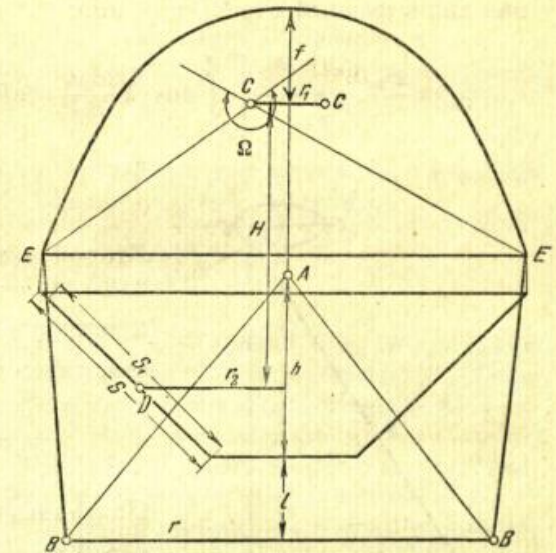


Рис. 1.

Из рис. 2 находим:

$$R = \sqrt{H^2 + r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \theta}.$$

Считая величину $2r_1 r_2 \ll r_1^2 + r_2^2 + H^2$ и пренебрегая разницей в амплитудах доходящих до точки D элементарных потенциалов (учитывая лишь фазный сдвиг), получим:

$$\varphi_D = \frac{2\varphi_0 e^{i(\omega t - kR_{cp})}}{kR_{cp}} \left[\int_0^\pi \cos \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \cos \theta \right) d\theta + i \int_0^\pi \sin \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \cos \theta \right) d\theta \right],$$

где

$$R_{cp} = \sqrt{H^2 + r_1^2 + r_2^2}.$$

Второй интеграл в скобках равен нулю, так как \sin — функция нечетная, первый же представляет собой $\pi J_0 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right)$. Таким образом, имеем для потенциала окончательно:

$$\varphi_D = \frac{2\pi\varphi_0 e^{i(\omega t - kR_{cp})}}{kR_{cp}} J_0 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right).$$

Пользуясь соотношением, что давление в звуковой волне $p = \rho \frac{d\varphi}{dt}$ и средняя мощность в звуковой волне

$$w_2 = \frac{1}{2} \frac{p^2_{max}}{\rho c}$$

(предполагается, что в нашем случае можно считать фронт волны, идущей от источника CC , близким к шаровой), имеем:

$$w_2 = 2\pi^2 \rho c \frac{\varphi_0^2}{R_{cp}^2} J_0^2 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right) = \frac{2\pi}{\Omega} \frac{W_2}{R_{cp}^2} J_0^2 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right).$$

Возьмем отношение w_2 к полезной мощности волны, падающей от источника A и равной w :

$$\frac{w_2}{w} = \frac{2\pi}{\Omega} \cdot \frac{S}{R_{cp}^2} \cdot \frac{W_2}{W} J_0^2 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right) = \frac{2\pi}{\Omega} (1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2) \frac{S_1}{R_{cp}^2} \cdot J_0^2 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right).$$

Если мы зададимся уровнем n в децибелах, на котором должна находиться полезная мощность над мешающей, то, очевидно,

$$-n = 10 \lg \frac{w_2}{w} = 10 \lg \frac{2\pi}{\Omega} (1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2) \frac{S_1}{R_{cp}^2} J_0^2 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right),$$

откуда при всех прочих заданных величинах можно найти необходимый коэффициент поглощения перекрытия:

$$\alpha_2 = 1 - 10^{-0.1n} \frac{\Omega R_{cp}^2}{2\pi \cdot S_1 (1 - \alpha_1) J_0^2 \left(k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \right)}.$$

Формула для α_2 может быть упрощена, так как $k \frac{2r_1 r_2}{R_{cp}} \gg 1$ и бесселева функция J_0 может быть приближенно выражена через тригонометрическую:

$$J_0(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

При этом для расчета на худший случай достаточно положить

$$\cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1,$$

так как во всех остальных случаях требуемое поглощение α_2 окажется меньше. Таким образом, для окончательного расчета получим:

$$\alpha_2 = 1 - 10^{-0.1n} \frac{\Omega r_1 r_2 k R_{cp}}{2S_1 (1 - \alpha_1)}.$$

Не останавливаясь на точном просчете величины α_2 , мы здесь дадим лишь ориентировочную цифру, исходя из следующих соображений. Если принять, что уровень громкости мешающего источника должен лежать не выше обычных шумов помещения (от публики, вентиляции или кинопроекторных устройств), т. е., по данным Вольфа и Сетте, в пределах 20—40 дб, в то время как уровень громкости звукофикационной установки можно принять в среднем 70 дб, мы получим, что n должно лежать в пределах от 30 до 50. Примем $n = 40$ дб.

Если, пользуясь первой формулой для α , рассмотрим величины:

$$\frac{S_1}{R_{cp}^2} \text{ и } \frac{2\pi}{\Omega},$$

то без большой ошибки можно принять их за единицы, так как площадь поверхности зрителей порядка 10^4 м^2 , а среднее расстояние до источника CC порядка 100 м. Угол, в который излучает источник, несколько больше, чем полусферический, однако и здесь ошибка не скажется заметно. Величина J_0^2 при самых низких частотах (100—150 гц) и радиусах r_1, r_2 порядка 20—40 м составит около 0.1—0.2, если мы примем в расчет ближайшие максимумы J_0 ; таким образом, можно оценить α_2 :

$$\alpha_2 = 1 - 10^{-4} \frac{1}{(1 - \alpha_1) 0.2} = 1 - 0.5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{(1 - \alpha_1)}.$$

Эта оценка показывает, что значение α_2 получается весьма высоким, так как даже если положить $\alpha_1 = 0.9$, все же α_2 должно быть 0.995. Конечно, весь расчет был проделан с самого начала, исходя из наиболее неблагоприятных условий, однако понижение n до 30 дб все еще даст для α_2 значение 0.95.

2. Определение мощности установки для случая одного центрального источника можно сделать на основании данных, приводимых в статье Вольфа и Сетте; при этом, если считать объем зала около 10^6 м^3 и пользоваться формулой, приведенной нами в обзорной части, то, взяв необходимый запас 13 дб на потери в громкоговорителе (8 дб) и резерв на пики (5 дб), как это рекомендуется в только что упомянутой статье, получим номинальную электрическую мощность 300 Вт.

Это значение мощности не чрезмерно, если сравнить его с номинальными мощностями установки Дитрих-Эккарт.

3. Требование совмещения направления зрительного и слухового при круговом размещении слушателей принципиально невыполнимо, однако, если принять во внимание, что наше суждение о направлении на источник в вертикальной плоскости не особенно точно, то самым рациональным с точки зрения условия (3) является помещение репродукторов в одной точке — на оси симметрии зала.

4. Требование отсутствия связи между громкоговорителями и микрофонами связано с предыдущим условием, и в случае централизованного громкоговорящего устройства, очевидно, легче всего выполняется, если микрофоны окажутся в пределах «акустической тени». Если, как мы упоминали выше, характеристику направленности помещенного на оси симметрии зала говорителя сделать такой, чтобы практически излучение происходило только в направлениях на амфитеатр, то в пределах сцены можно свободно располагать микрофоны. Конечно, таких идеальных условий добиться невозможно, однако некоторые расчеты по диффракции звуковых волн, исходящих из рупора говорителя, и соответствующие эксперименты по разработке говорящего агрегата могут иметь решающее значение для удачного решения задачи.

Предположительно можно высказать следующее соображение. Отверстие рупора должно представлять собой боковую поверхность усеченного конуса, обращенного меньшим основанием вниз, причем образующая этого конуса должна быть достаточных размеров, так, чтобы ослабить диффракцию самых низких частот, передаваемых установкой за пределами амфитеатра. Для части агрегата, предназначенного для передачи высоких частот, наоборот, надо позаботиться о рассеянии звука в пределах амфитеатра, уменьшив ширину отверстия рупоров, передающих высокие частоты.

5. Желательность искусственной реверберации диктуется тем обстоятельством, что передача музыки при отсутствии реверберации может оказаться недостаточно «естественной» с точки зрения музыкально-эстетической, в особенности при невольном сопоставлении зрительного и слухового ощущения у слушателей.

Выбор того или иного устройства для создания нужного эффекта может быть сделан не только на основании критического сравнения имеющегося в литературе материала, но потребует также и экспериментов. С нашей точки зрения устройство, предложенное инж. Машковичем, представляет наибольший интерес и возможности в этом направлении, так как может служить не только для самостоятельных целей создания реверберации, но и для создания запаздывания звука в случае применения дополнительных распределенных по залу говорителей, а также для исправления дефектов в собственной реверберации зала, вызываемых случайными причинами, которые невозможно предусмотреть заранее.

6. По части технических требований к частотной характеристике и клирфактору устройства можно только еще раз подчеркнуть, что в этом направлении требования должны быть поставлены самые жесткие.

Надо еще отметить, что вопросы диспетчеризации, наблюдения за слышимостью в отдельных точках зала, системы включения микрофонов, микширования и т. п. составляют большое самостоятельное проектное задание, которое потребует разработки специальных схем собственно говорящей установки, трансляционной сети, телефонной контрольной связи и т. п., не говоря уже о проекте непосредственно самой усиленной централи. Эти проблемы весьма детально и с привлечением высокой техники решаются иностранными фирмами, как, например, фирмой Telefunken [15].

До сих пор мы главным образом высказывались об установке с централизованным излучателем. Однако это не единственный вариант, годный для дальнейшего развития. Можно выдвинуть еще как вариант систему 3—4 агрегатов, расположенных симметрично относительно оси зала, на той же примерно высоте, как и в предыдущем варианте, т. е. несколько выше уровня задних рядов амфитеатра.

При таком разделении установки и при размещении групп микрофонов под соответственными говорителями можно добиться некоторого стереоакустического эффекта, так что условие совмещения зрительного и слухового ощущения будут выполняться при одновременной работе всех групп говорителей. (Идеальным было бы создание излучающего «кольца» говорителей с соответственным кольцом микрофонов вокруг всей сцены. Кольцо говорителей при этом должно было бы иметь размеры в диаметре, близкие к диаметру сцены.)

Особый интерес представляет предложение проф. Н. Н. Андреева, заключающееся в том, что установка снабжается не центральным источником, а весь амфитеатр снабжается равномерно распределенными по его поверхности малыми источниками (скажем, диффузорными электродинамическими говорителями). Каждый говоритель при этом выбирается небольшой мощности, так чтобы он покрывал площадь лишь в несколько кв. метров. Все прочие говорители по отношению к данному участку создавали бы при этом некоторое подобие реверберации. Малый коэффициент полезного действия таких говорителей в некоторой мере компенсировался бы тем, что для покрытия всей площади зрительных мест потребовалась бы меньшая акустическая мощность, чем при установке центрального говорителя.

Затруднения при подобной системе могут возникнуть вследствие того, что все эти говорители надо располагать так, чтобы они не мешали смотреть на сцену, т. е. они должны располагаться либо не выше уровня спинки сидений, либо несколькими ярусами на соответствующих высотах над амфитеатром.

Первое расположение весьма остроумно предлагает использовать проф. Н. Н. Андреев следующим образом. Так как каждый соседний говоритель (по отношению к данному, обслуживаемому ближайшую к нему часть слушателей) может быть рассмотрен как отраженный от фиктивной стены источник, находящийся на половине расстояния между говорителями, то можно при надлежащем ослаблении звука, идущего от соседних говорителей (за счет поглощения в пространных, заполненных стульями и зрителями), считать, что каждая данная ячейка зрительного амфитеатра есть помещение с некоторой реверберацией. Можно провести ориентировочный расчет необходимого ослабления, если выбрать некоторое оптимальное для данной части зала время реверберации (около 1,5 сек.) и считать, что звук от отдаленного источника, пришедший ко времени 1,5 сек. в рассматриваемую часть амфитеатра, ослаблен на 30 дБ. Конечно, окончательный подбор поглощения (скажем, ковровым и размещением говорителей) может быть сделан лишь экспериментальным путем. Одновременно необходимо проверить, какой чисто эстетический эффект производит на слушателей такой «разлитый» по всему залу звук. Одно из больших достоинств этой системы состоит в том, что ввиду низкого расположения источников и большого поглощения звука в массе слушателей нет никакой опасности в отношении образования эхо от купола зала.

Вариант расположения говорителей над зрителями, кроме чисто архитектурных затруднений, не представляет никаких заметных неудобств при питании всей системы от микрофонов и усилителей,

помещенных в специальном канале для получения соответствующих скорости распространения звука запаздываний более далеко расположенных от сцены говорителей по отношению к более близким. Подобное устройство описывалось нами выше в обзорной части. В нашем случае разница заключается в том, что предлагается распределить говорители по весьма большому количеству точек.

Практически, вероятно, достаточно было бы иметь 6—7 кольцеобразно над амфитеатром расположенных на некоторой конической же поверхности рядов говорителей. В случае применения такой системы звукофикации, особое внимание придется обратить на характеристики направленности применяемых говорителей, так как, очевидно, нежелательно, чтобы участок амфитеатра, обслуживаемый одним из говорителей, подвергался мешающему действию соседних говорителей. Необходимо провести некоторый поверочный просчет на „эхо“, аналогично приведенному здесь расчету для случая сосредоточенного источника. Остается подчеркнуть, что для целей передачи речи, когда нет необходимости в хорошей передаче низких частот звукового диапазона, применение „распределенной“ звукофикации несомненно весьма рационально.

В последнем разделе этой работы мы постараемся наметить некоторый план исследовательской, вернее экспериментальной, работы, которая должна послужить основой для окончательного проекта звукофикации.

Здесь мы приведем две основные схемы экспериментальных работ. Первая направлена на разработку устройства с „сосредоточенной“ говорящей группой, вторая — для „распределенной“ звукофикации. Общее этим двум направлениям работы положение состоит в том, что для всех работ, связанных с оценкой артикуляции и возникновением паразитной связи между микрофонами и говорителем, необходимо сохранить натуральные размеры зала. Однако постройка или, вернее, акустическая отделка зала не может быть закончена раньше всех предполагаемых работ, которые как раз и имеют целью уточнить проект зала в акустической части. Таким образом, надо создать экспериментальную установку с натуральными размерами амфитеатра и таким же расположением говорителей относительно него. Очевидно, что о выполнении какого-то соответственного перекрытия не может быть и речи, и, кроме того, для экспериментов можно обойтись без него.

Наконец, имея в виду почти полную симметрию зала, вполне достаточно будет воспроизвести лишь какой-то сектор всего амфитеатра, прикинуть предварительно расчетным путем, какой центральный угол этого сектора достаточен, чтобы в средней части амфитеатра не сказывалась диффракция звуковых волн от краев сектора. Таким образом, дело сводится к постройке временного сектора амфитеатра и приспособлений для подвески говорителей. Из электроакустической и усиленной аппаратуры необходимо будет построить соответственный „громкоговорительный сектор“ или распределенную систему (смотря по варианту испытаний), мощный усилитель и микрофонную группу. Эта аппаратура необходима для окончательной разработки усилительной и говорящей централи и может даже впоследствии войти как один из элементов всей рабочей установки. Амфитеатр должен быть выстроен на открытом воздухе, вдали от мешающего действия городских и т. п. шумов и больших зданий.

В качестве одного из наиболее удобных вариантов возможно провести опыты по звукофикации в каком-либо уже построенном открытом театре, с целью выяснения всех поставленных ниже вопросов. Разработанная таким образом установка могла бы с успехом впоследствии эксплуатироваться в этом открытом театре.

Переходим к программе испытаний для сосредоточенной звукофикации:

1. Следует прежде всего провести эксперимент по подбору надлежащей характеристики направленности говорителя, для обеспечения достаточно равномерного распределения излучения по амфитеатру, и обеспечению „акустической тени“ за пределами амфитеатра. Попутно к этому же должна быть отнесена проверка совпадения зрительного и слухового направлений и выбор высоты подвеса говорителя.

2. Эксперименты по созданию искусственной реверберации. Опыты могут быть поставлены с помощью измерения артикуляции и оценки передачи усиленной музыки.

3. Опыты по определению мешающего действия эхо от перекрытия. Эти измерения могут быть также проведены с помощью измерения артикуляции и передачи музыки, причем эхо может быть имитировано специально установленным добавочным говорителем в месте предполагаемого фокуса свода зала и питаемого через устройство, обеспечивающее нужное запаздывание звука. Изменяя подводимую к этому добавочному говорителю мощность, можно установить предельный допустимый уровень помехи.

4. Действительное значение эхо и его характер можно получить, произведя опыты на модели зала, разработав модель таким образом, чтобы сохранилось подобие между размерами модели, длинами волн и поглощением поверхностей модели, что вполне возможно, так как уменьшение размеров зала потребует уменьшения длин волн и смещения характеристики поглощения в сторону более высоких частот, т. е. уменьшения поглощения. Самую регистрацию эхо желательно производить осциллографическим путем.

Опыты с системой распределенной звукофикации в большей степени потребуют модели амфитеатра, нежели предыдущие системы, так как там при уточнении методики возможно было бы пойти на некоторое упрощение экспериментов. Основные эксперименты по распределенной звукофикации будут следующие:

1. Эксперимент по выбору направленности, размещения и мощности отдельных точек распределенной системы и попутное выяснение эффекта реверберации, создаваемого соседними к данному говорителю. Эксперимент может быть проведен также на основе метода определения артикуляции. Специально для низкого размещения источников по системе, предложенной проф. Н. Н. Андреевым, — опыты по выбору степени ослабления действия соседних источников с помощью соответствующего размещения в амфитеатре и введения поглощения коврами, подушками на местах зрителей и т. п. Предварительное определение необходимого поглощения может быть сделано просто электрическим ослаблением мощности, подводимой к соседним, по отношению к исследуемому участку амфитеатра, говорителям.

2. Введение запаздывания звука более дальних от центра зала рядов говорителей по отношению к более близким, с интервалами времени, соответствующими скорости звука в воздухе. Эффективность этого устройства опять-таки может быть определена методом измерения артикуляции, и оба пункта, 1 и 2, могут также быть дополнены осциллографированием получающейся искусственной реверберации.

3. Как уже упоминалось выше, необходимо сделать просчет мешающего действия эхо от перекрытия зала в случае распределенной звукофикации для выяснения его характера, после чего может быть проведен эксперимент по выяснению мешающего действия эхо, аналогично тому, как это предложено для сосредоточенной звукофикации.

4. Действительное значение и характер эхо могут быть осциллографически проверены на подобной модели зала, как и для случая сосредоточенной звукофикации. Возможно, что этот опыт, если он будет проведен до выяснения влияния эхо на слушателя, может послужить некоторому уточнению имитации эхо для эксперимента, описанного выше (конечно, для обеих систем звукофикации).

В заключение этого отдела необходимо еще раз вернуться к вопросу о „художественности“ передачи. Если нам достаточно хорошо известно в настоящее время, какие требования надо предъявлять к концертным залам для натурального исполнения музыки (вопросы оптимальной реверберации, размещение слушателей и т. п.), чтобы обеспечить наилучший музыкально-художественный эффект, то при введении усиления музыки электроакустической аппаратурой необходимо этот вопрос дополнительно осветить соответственными экспериментами.

Важно согласовать действие всей установки не только с требованием высококачественной передачи речи, что сравнительно легко выполнимо на основе экспериментов по определению артикуляции, но и проработать некоторый дополнительный эксперимент для выяснения специфических требований к установке (искусственная реверберация, система распределения передачи отдельных оркестровых групп и т. п.) с точки зрения „художественности“ передачи, которая, к сожалению, не может быть пока достаточно полно выражена в каком-либо техническом задании.

В настоящей работе мы попытались по возможности полно осветить возникающие при звукофикации Большого зала Дворца Советов проблемы, не предвзято выбора принципа звукофикации, так как нам кажется, что подобная чисто умозрительная работа без последующей экспериментальной не может служить безупречным основанием для установления принципов акустического проектирования весьма больших помещений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнудсен В. Архитектурная акустика, ОНТИ, Харьков—Киев, 1936.
2. Bialk u. Mainke. Die Schallanlage d. Dietrich-Eckart Freilichtbühne. V. D. I. 80, 1087. (Н. 35), 1936.
3. 13th Meeting of Acoust. Soc. of Amer. Apr. 1935.
14th " " " " Dez. 1935.
Рефераты докладов в "J. A. S. A." 7, p. 74, 1935 и 7, p. 239, 1936.
4. Olson H. Sound Reinforcing System (см. также 3) или Rad. Corp. of America. Rew. July. 1936.
5. Fay R. D. Method for obtaining Natural Directional Effects in a Public Adress System. (См. также 3.)
6. Holl W. M. Method for maintaining in a Public Adress System the Illusion that the Sound comes from the speakers Mouth. (См. также 3.)
7. Boner C. P. Performance of a Publ. Adr. Syst. as a Function of Auditorium Absorption. (См. также 3.)
8. Stanton a. Wolf, Sound Reinforcing Syst. an Acoustic Problem. (См. также 3.)
9. Braunmühl. Elektrische Sprach- u. Musikübertragung. Akustische Zeitschrift, 1, S. 145, Dez. 1936.
10. Вольф С. и Сетте В. Уровень акустической мощности при воспроизведении звукового фильма. Успехи физики. Финансовые проблемы звукового кино. Сб. 2, ГТТИ, 1935, Москва—Ленинград. (См. также J. A. S. A. 2, 384, 1931.)

11. А й г н е р Ф. Расчет мощности, требуемой от конечного каскада усилителя звукопроизводящей аппаратуры. (См. также 10 или ZS f. Techn. Phys. 13, 218, 1932.)
12. Фурдуев В. В. Метод акустического проектирования аудиторий, оборудуемых громкоговорящими устройствами. Докл. АН, т. XV, № 6—7, стр. 813, 1937.
13. Ма ш к о в и ч А. Г. Устройство для искусственного создания эффектов пространственной акустики. По неопубликованным материалам, любезно предоставленным авторами: А. А. Харкевичем.— Общие соображения по поводу осуществления изобретенного А. Г. Машковичем „Устройства для искусственного создания эффектов пространственной акустики“ и Н. Н. Андреевым — Замечания к „Общим соображениям“ А. А. Харкевича.
14. Харкевич А. А. „Устройство для создания искусственного эффекта реверберации“. По неопубликованным материалам, любезно предоставленным автором.
15. Nachrichten aus der Elektroakustik. Telefunken G. M. B. H. Folg. 19, 1936.

ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ:

Выбор системы тока для электрических железных дорог СССР. (Отделение технических наук. Серия II. Энергетика. Выпуск 1.) 1938. 240 стр. Ц. 12 р. 50 к.

Известия Энергетического института им. Г. М. Кржижановского. Том V. 1937. 218 стр., 143 рис. Ц. 10 р.

Известия Энергетического института им. Г. М. Кржижановского. Том VI. 1938. 64 стр., 25 фиг. Ц. 6 р.

Известия Энергетического института им. Г. М. Кржижановского. Том VII. 1938. 87 стр. Ц. 5 р.

Кастерин, Н. П. Обобщение основных уравнений аэродинамики и электродинамики. Доклад на особом совещании при Академии Наук СССР 9 декабря 1936 г. 1937. 16 стр. Ц. 75 к.

Прейшниц, Н. Х., д-р технических наук. О методике скорого составления предварительных сводных моментов и об экстраполяции поправок часов для нужд радиопередач времени. (Отделение технических наук. Серия IV. Техническая физика. Вып. 2.) 1937. 38 стр. Ц. 1 р. 50 к.

Труды Конференции по коррозии бетона. Отделение технических наук АН. Серия VI. Инженерные сооружения. В. I. Под общей редакцией акад. Б. Е. Веденева. 1937. 336 стр., 182 фиг. Ц. в пер. 17 р.

Шляпошников, Б. М. Выпрямление однофазного тока управляемыми ионными преобразователями. Экспериментально-теоретическое исследование. (Отделение технических наук. Серия IV. Техническая физика. В. 3.) 1937. 181 стр., 139 фиг. Ц. в пер. 11 р.

ЗАКАЗЫ НАПРАВЛЯТЬ:

Конторе по распространению изданий «Академкнига».
Москва, Б. Черкасский, д. 2.

ФИЛИАЛАМ КОНТОРЫ «АКАДЕМКНИГА»

Ленинград 104, проспект Володарского, 53а.
Киев, ул. Свердлова, 15.
Харьков 3, ул. Свободной Академии, 13.
Одесса, ул. 10-летия Красной Армии, 28.
Ростов н/Дону, ул. Энгельса, 68.
Минск, Советская, 57.

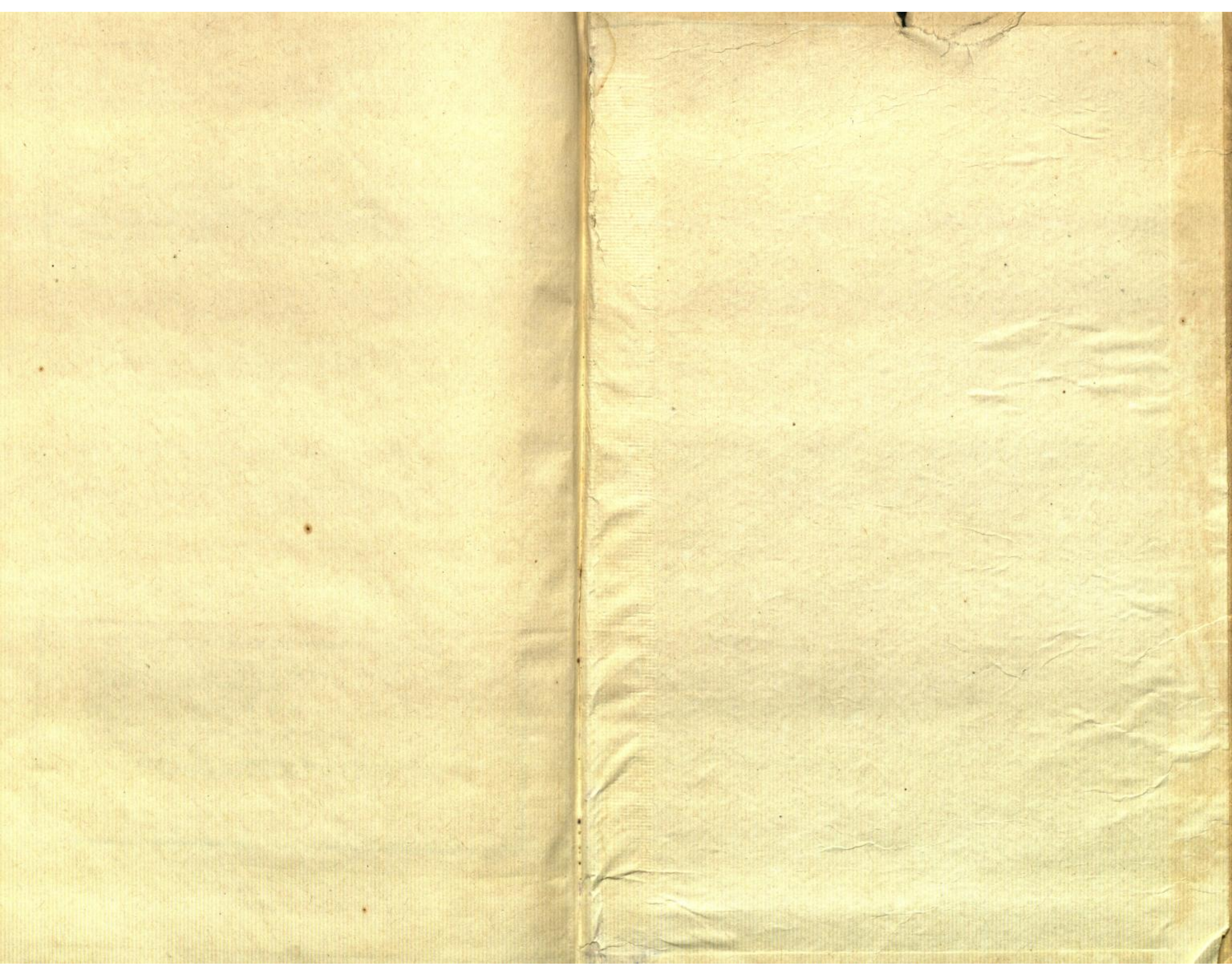
ПОДПИСНЫМ ПУНКТАМ КОНТОРЫ «АКАДЕМКНИГА»

Новосибирск, Центр. почтамт, БОСК 47.
Свердловск, ул. Центр, почт. ящ., № 104
Горький, 7 п/о, почт. ящик № 46.
Саратов, Советская, 3, кв. 18.
Воронеж, ул. Таранченко, 34, кв. 26.
Тбилиси, ул. Барнова, 22.
Ташкент, Главн. почтамт, почт. ящик № 128.
Казань, Пионерская, 17/38, кв. 1.

Кроме того, заказы принимают доверенные, снабженные удостоверениями Конторы «Академкнига».

АВТОРСКИЕ ПОПРАВКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует
6	ф. (5)	$p_2 = \frac{\rho_0 c}{\cos \vartheta} v_{2z},$	$p_2 = -\frac{\rho_0 c}{\cos \vartheta} v_{2z},$
9	ф. (18''')	$v_x''' = 0.$	$v_z''' = 0.$
12	ф. (28)	$v_x = \dots$	$v_z = \dots$
12	16 св.	$k_1^2 + jk_1^2 \alpha =$	$-k_1^2 + jk_1^2 \alpha =$
22	8 и 12 св.	$\frac{R_2^2}{R_1}$	$\frac{R_2^2}{R_1^2}$
32	ф. (1.4)	chsh	sh
38	13 св.	материала для тех же условий будет	материала, для тех же условий будет
53	ф. (28) (6 снизу)	$e^{-\beta_1/2 + i\gamma_1/2 - \beta_2/2 + i\gamma_2/2}$	$e^{-\frac{\beta_1}{2} + i\frac{\gamma_1}{2} - \frac{\beta_2}{2} + i\frac{\gamma_2}{2}}$
66	15 снизу	плоских и кольцевых звуковых волн	плоских звуковых волн



Цена 4 руб., перепл. 75 к.

К-601

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПРИЕМ ПОДПИСКИ НА ЖУРНАЛЫ
ИЗДАТЕЛЬСТВА АКАДЕМИИ НАУК СССР НА 1939 Г.

№№ по порядку	НАИМЕНОВАНИЕ ЖУРНАЛА	Периодичность	Подписная цена	
			на 12 м.	на 6 м.
<i>ПЕЧАТАЮТСЯ В МОСКВЕ:</i>				
			р.	к.
1	Вестник Академии Наук	12	30—00	15—00
2	Доклады Академии Наук (русс. издание)	36	108—00	54—00
3	Доклады Академии Наук (иностран. издание)	36	108—00	54—00
4	Математический сборник	10	60—00	30—00
5	Математический журнал (Известия АН, сер. математическая)	6	36—00	18—00
6	Геологический журнал (Известия АН, сер. геологическая)	6	36—00	18—00
7	Журнал географии и геофизики (Известия АН, сер. географическая)	6	36—00	18—00
8	Физико-математический реферативный журнал	12	72—00	36—00
9	Химический реферативный журнал	12	84—00	42—00
10	Журнал общей биологии (6. серия биологическая)	6	54—00	27—00
11	Журнал экспериментальной биологии	6	42—00	21—00
12	Зоологический журнал	6	42—00	21—00
13	Автоматика и телемеханика	6	36—00	18—00
14	Журнал Отделения технических наук (6. Известия Отделения технических наук)	10	60—00	30—00
14а	Наука и жизнь	12	21—00	10—50
<i>ПЕЧАТАЮТСЯ В ЛЕНИНГРАДЕ:</i>				
15	Природа	12	36—00	18—00
16	Астрономический журнал (Известия АН, сер. астрономическая)	6	21—00	10—50
17	Записки Минералогического общества	4	32—00	16—00
18	Известия Географического общества	4	24—00	12—00
19	Журнал экспериментальной и теоретической физики	12	72—00	36—00
20	Журнал технической физики	24	120—00	60—00
21	Журнал технической физики (на иностран. яз.)	12	48—00	24—00
22	Журнал физической химии	12	72—00	36—00
23	Журнал общей химии	24	96—00	48—00
24	Журнал прикладной химии	12	72—00	36—00
25	Acta physicochimica (на англ. яз.)	12	90—00	45—00
26	Советская ботаника	8	48—00	24—00
27	Микробиология	10	60—00	30—00
28	Почвоведение	12	72—00	36—00
29	Известия Ботанического общества	6	24—00	12—00

ЗАКАЗЫ НАПРАВЛЯТЬ:

Конторе по распространению изданий Академии Наук СССР «Академкнига».
Москва. Б. Черкасский пер., д. 2

Примечание. На журналы, печатающиеся в Ленинграде, подписку направлять по адресу: Ленинград 104, проспект Володарского, 53-а, Ленинградское отделение Конторы «Академкнига»